MESONISCHE EFFEKTE IN DER ELASTISCHEN ELEKTRON-DEUTERON-STREUUNG

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Abteilung für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von

GÜNTER KONOPKA

aus Gelsenkirchen

Bochum 1981

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544708_0020

MESONISCHE EFFEKTE IN DER ELASTISCHEN ELEKTRON-DEUTERON-STREUUNG

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Abteilung für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von

GÜNTER KONOPKA

aus Gelsenkirchen

Bochum 1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dissertation eingereicht am: 9. 1. 1981
Tag der mündlichen Prüfung: 4. 2. 1981
Referent: Prof. Dr. M. Gari
Korreferent: Prof. Dr. B. Gonsior

Inhaltsverzeichnis

		Seite
I.	Einleitung	1
II.	Der Wirkungsquerschnitt für die elastische Elektron-Deuteron-Streuung	1o
	1. Vorbemerkung	1o
	2. Herleitung des Wirkungsquerschnitts	11
III.	Der Projektionsformalismus für das Meson-Nukleon-System	23
	1. Entkopplung der Eigenwertgleichung für das Meson-Nukleon-System	25
	2. Das effektive 1-Boson-Austausch-Potential	33
	3. Effektive elektromagnetische Operatoren im Rahmen des 1-Boson-Austausches	47
IV.	Das Eigenwertproblem des Deuterons im Impulsraum	66
	1. Allgemeine Betrachtung	67
	2. Lösung der Eigenwertgleichung für das 1-Boson-Austausch-Potential	87
V.	Berechnung von Matrixelementen elektromagnetischer Operatoren im Impulsraum	1oo
	1. Kinematik	1oo
	2. 1 -Teilchen-Operatoren (Impulsnäherung)	1o2
	3. 2 -Teilchen-Operatoren (Austausch-Effekte)	1o6
VI.	Diskussion der numerischen Ergebnisse	12o
VII.	Zusammenfassung und Folgerungen	159
	Anhang	
	1. Notationen	172
	2. Berechnung des MM'σ -Stromes	173
	Literaturliste	177

I. Einleitung

Das Studium der elektromagnetischen Struktur des Deuterons mittels elastischer Elektron-Deuteron-Streuung hat in den letzten Jahren enorm an Interesse gewonnen /1-8/. Der Grund hierfür ist in der Entwicklung besserer Elektronen-Beschleuniger zu suchen, die Messungen des elektronmagnetischen Deuteron-Formfaktors bis zu sehr hohen Impulsüberträgen möglich machen.

Eine Vielfalt von Problemen theoretischer Natur vereinigt sich in der Untersuchung des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors. Zunächst ist eine Beschreibung des Deuterons angesichts der Tatsache, daß bis zum heutigen Zeitpunkt keine umfassende Theorie der starken Wechselwirkung existiert, auf Modellannahmen angewiesen.
Im Hinblick auf die Untersuchung des Deuterons mittels elastischer Elektronenstreuung bei hohen Impulsüberträgen stellt sich weiterhin die Frage, ob eine nicht-relativistische Beschreibung des Deuterons durch phänomenologische N-N-Potentiale, wie sie z.B. durch das Reid-Soft-Core-oder des Hamada-Johnston-Potential /11,12/ repräsentiert werden, einem solchen Problem angemessen ist.

Schon im Jahre 1935 postulierte Yukuwa /13/, daß die Wechselwirkung der Nukleonen untereinander durch den Austausch eines π-Mesons erzeugt wird. Auf der Grundlage solcher quantenfeldtheoretischer Überlegungen wurden in den darauffolgenden Jahrzehnten immer wieder Versuche unternommen, die N-N-Wechselwirkung durch den Austausch von Mesonen zu beschreiben. Schließlich führte dies gerade in neuerer Zeit zur Entwicklung mesonentheoretischer N-N-Potentiale, die an die Niederenergie-Streudaten die N-N-Streuung sowie an die Deuteron-Bindungsenergie angefittet sind /14,15/.

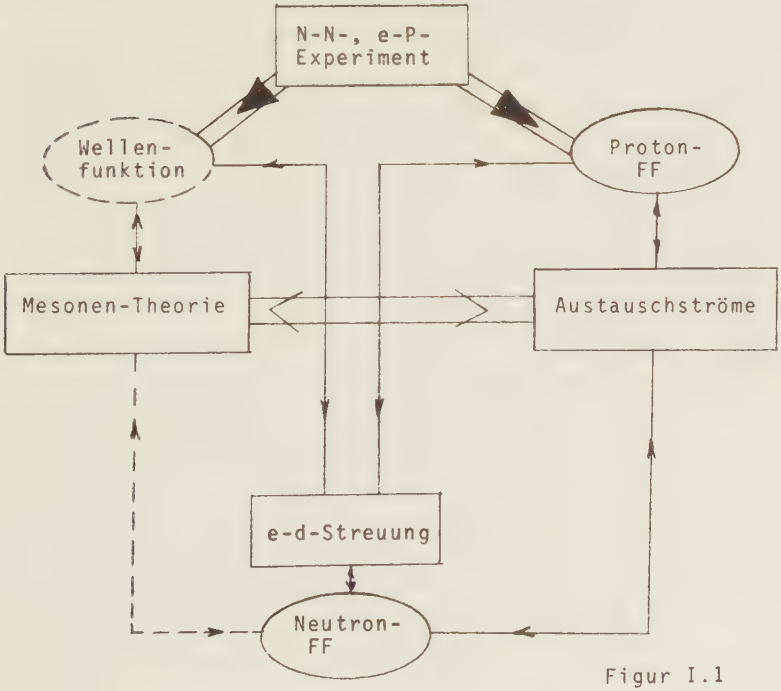
Quantenfeldtheoretische Überlegungen dieser Art werden im folgenden die Basis aller weiteren Untersuchungen sein. Hieraus ergibt sich ein weiteres Problem. Der Austausch von Mesonen läßt die elektromagnetische Wechselwirkung eines äußeren Feldes mit diesen Mesonen zu. Wird also eine mesonentheoretische Beschreibung des Deuterons als Basis angenommen, so ist dies beim Studium des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors unmittelbar mit der Einführung von Austauscheffekten elektromagnetischer Natur verbunden. Beide Probleme - die dynamische Beschreibung des Deuterons mittels Mesonen und die Definition elektromagnetischer Austauscheffekte - können nicht voneinander getrennt betrachtet werden.

Hat man einmal den Austausch von Mesonen zur Grundlage der Beschreibung der N-N-Wechselwirkung gemacht, so wird hiermit ein Bereich der Wechselwirkung beschrieben, welcher durch die Compton-Wellenlänge der einzelnen Mesonen abgedeckt ist. Äußerst kurzreichweitige Anteile der Wechselwirkung, d.h. Bereiche hoher Impulskomponenten, sind durch den Austausch von Mesonen nur teilweise erfaßt. Zur Beschreibung dieser Bereiche ist die Einführung von Formfaktoren für die Meson-Nukleon-Wechselwirkung notwendig, die der Tatsache der ausgedehnten Struktur der Nukleonen Rechnung trägt. Dieser Tatbestand stellt ein zusätzliches Problem in der Beschreibung der dynamischen Struktur des Deuterons dar, das wiederum von den vorher beschriebenen Fragen nicht losgelöst betrachtet werden kann.

Ein weiteres Problem, das in diese Untersuchungen mit einfließt, ist die elektromagnetische Struktur der Nukleonen selbst, welche durch die Einführung elektromagnetischer Nukleon-Formfaktoren beschrieben werden kann, Insbesondere ist in diesem Zusammenhang der unbekannte Neutron-Formfaktor von Interesse. Aufschlüsse über die elektromagnetische Struktur des Neutrons ergeben sich aus der Elektron-Deuteron-Streuung auf zuverlässige Weise, da das Deuteron

das einfachste in der Natur vorkommende Neutronen-Target darstellt. Bei schwereren Kernen würden Vielteilchen-Effekte eine störende Wirkung haben.

All diese Probleme, die die Analyse des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors beinhaltet, können nicht isoliert voneinander betrachtet werden. Levinger /16/ faßte diese Fragen unter der Bezeichnung "Gordischer Knoten" zusammen, da die Lösung eines der auftretenden Probleme nicht ohne Annahmen über die anderen durchgeführt werden kann. Ein sehr anschauliches Bild aller bei der Untersuchung des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors auftretenden Prozesse und ihrer Verbindung ist durch folgende Darstellung des erwähnten "Gordischen Knotens" gegeben /12/:



Figur I.1

Eine der ersten theoretischen Untersuchungen der elektromagnetischen Struktur des Deuterons geht auf Gourdin /17/ zurück. Der elektromagnetische Formfaktor des Deuterons wurde in der Impuls-Approximation auf der Basis einer nicht-relativistischen Beschreibung des Deuterons bestimmt. In den folgenden Jahren wurden auf verschiedene Weisen theoretische Analysen des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors durchgeführt, die jeweils auch verschiedene Aspekte des Gesamtproblems (Fig. I.1) in den Vordergrund stellten.

Eine Anzahl von Untersuchungen beruhte auf der Einführung mesonischer Austauschströme /2, 18-26/. Doch auch hier wurden zunächst auch jeweils nur Teilaspekte des Meson-Austausches betrachtet wie der π -Austausch /26/, der $\varrho\pi\gamma$ -Prozeß /18,2o/ sowie der $\varrho\pi\gamma$ - und $\omega\sigma\gamma$ -Prozeß gemeinsam /22/. Insbesondere lieferten der $\varrho\pi\gamma$ - und $\omega\sigma\gamma$ -Prozeß für hohe Impulsüberträge beträchtliche Beiträge zum elektrischen Deuteron-Formfaktor, die im Vergleich zu den bis dahin vorliegenden experimentellen Daten wesentlich zu groß waren. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, daß in Ref. /22/ keine Meson-Nukleon-Formfaktoren verwendet wurden, deren Einführung zur Beschreibung der sehr kurzreichweitigen Anteile der N-N-Wechselwirkung eine unbedingte Notwendigkeit darstellt. Eine erste vollständige Untersuchung des Einflusses aller etablierten 1-Meson-Austausch-Prozesse wurde von Gari und Hyuga durchgeführt /2/. Auf der Grundlage einer nicht-relativistischen Beschreibung der dynamischen Struktur des Deuterons mit phänomenologischen N-N-Potentialen /12,13/wurde der elektromagnetische Deuteron-Formfaktor unter Verwendung nicht-relativistisch approximierter elektro-magnetischer Operatoren bestimmt. Die hier erzielten Ergebnisse ergaben auch für hohe Impulsüberträge eine gute Übereinstimmung mit den Messungen. Offen bleibt jedoch die Frage

nach dem Einfluß einer relativistischen Behandlung des Problems auf der Basis mesonentheoretischer Überlegungen auch für die N-N-Wechselwirkung, die als wesentliches Problem in der vorliegenden Arbeit untersucht wird.

Andere Arbeiten beruhten auf Untersuchungen vom Baryon-Resonanz-Beimischungen im Deuteron /27-3o/. Insbesondere wurde der Einfluß von $\Delta\Delta$ -Beiträgen der $\Delta(1236)$ - Resonanz auf den elektromagnetischen Formfaktor des Deuterons untersucht /3o/. Es stellte sich heraus, daß der Effekt der $\Delta\Delta$ -Beiträge vernachlässigbar klein ist.

Darüber hinaus wurden in der Vergangenheit Untersuchungen relativistischer Korrekturen im Zusammenhang mit der Bestimmung des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors mittels elastischer Elektron-Deuteron-Streuung durchgeführt /1,7,31/. Die Grundlage dieser Arbeiten bildete einerseits eine relativistische Behandlung der dynamischen Deuteron-Struktur,andererseits eine relativistische Behandlung des elektromagnetischen Stromoperators der Impuls-Näherung sowie auch Approximation der Impuls-Näherung, die über die niedrigste nicht-relativistische Näherung hinausgehen. Jedoch werden auch hier weitgehend phänomenologische Ansätze zur Beschreibung der N-N-Wechselwirkung verwendet. Ferner werden mesonische Austauscheffekte ignoriert, was angesichts der Untersuchung des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors bei hohen Impulsüberträgen nicht nur eine große Einschränkung sondern einen überaus starken Mangel darstellt.

Ferner ist in den letzten Jahren die elektromagnetische Deuteron-Struktur auf der Basis von Quark-Modell-Überlegungen untersucht worden /3-6, 32/. Von besonderem Interesse ist hier das scaling-Verhalten des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors, d.h. die Unabhängigkeit des Formfaktors von internen Skalen-Parametern wie Massen,

Kopplungskonstanten und Bindungsenergien. Das Deuteron wird als System wechselwirkungsfreier punktförmiger Konstituenten angesehen, die im Sinne der Impuls-Approximation mit einem äußeren elektromagnetischen Feld in Wechselwirkung treten können. Im Rahmen des Quark-Modells, das 6 Konstituenten im Falle des Deuterons annimmt, werden durch die elektromagnetische Wechselwirkung diese elementaren Strukturen abgetastet. Die Gültigkeit dieser Untersuchungen liegt im asymptotischen Bereich des Impulsübertrages, d.h. im Bereich sehr hoher Impulsüberträge. Es stellt sich somit die interessante Frage des Vergleichs mesonentheoretischer mit Quark-Modell-Überlegungen, die Aufschluß darüber gibt, inwieweit ein scaling-Verhalten des elektromagnetischen Formfaktors erfüllt oder verletzt wird.

Einen anderen Zugang zum Verhalten des elektromagnetischen Deuteron-Formfaktors bei hohen Impulsüberträgen liefern die Arbeiten von Chemtob /8/, Arnold, Carlson und Gross /33/, Blancenbecler und Schmidt /34,35/ sowie Frankfurt und Strikman /5,36/. Die Basis dieser Untersuchungen ist phänomenologischer Art. Eine relativistische Behandlung der Impuls-Approximation nutzt die Ergebnisse der Dynamik des sogenannten "infinite momentum frame " aus. Darunter ist ein Referenzsystem zu verstehen, das sich mit einem Schwerpunktsimpuls $\vec{P} \to \infty$ bewegt. Jedoch entziehen sich die in diesem System definierten Variablen weitgehend einer physikalischen Interpretation. Insbesondere die in Ref. /33/ erzielten Ergebnisse des elektrischen Deuteron-Formfaktors im Rahmen der vorher erwähnten relativistischen Impuls-Approximation liegen generell unterhalb der experimentellen Daten. Angesichts dieses Tatbestandes wird die Forderung nach einer relativistischen Behandlung der mesonischen Austauscheffekte besonders deutlich.

In der vorliegenden Arbeit wird im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells der elektromagnetische Formfaktor des Deuterons bis zu hohen Impulsüberträgen untersucht. Die konsistente und relativistische Behandlung sowohl der Impuls-Approximation als auch der mesonischen Austauscheffekte innerhalb des 1-Boson-Austausch-Modells nimmt angesichts der in diesem Zusammenhang bestehenden Probleme (siehe Fig. I.1) und aufgrund der vorhergehenden Betrachtungen einen bedeutenden Stellenwert ein. Die vollständige Entwirrung des in Fig.I.1 dargestellten "Gordischen Knotens" kann zwar nicht der Anspruch dieser Arbeit sein, jedoch soll sie dazu dienen, durch ein konsistentes und relativistisches Modell den Zusammenhang von Mesonen und Austausch-Effekten und den damit zusammenhängenden Prozessen (Fig. I.1) näher zu beleuchten, um ein tieferes Verständnis der elektromagnetischen Deuteron-Struktur sowohl qualitativer als auch quantitativer Art zu erhalten.

Abschnitt II. enthält die Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnittes der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung in 1. Born'scher Näherung. Den Rahmen bildet hier der S-Matrix-Formalismus /37-39/. Es werden die üblichen Strukturfunktionen $A(q^2)$ und $B(q^2)$ eingeführt, die sich über die entsprechenden Matrixelemente des elektromagnetischen Stromoperators des Deuterons bestimmen lassen. Diese Matrixelemente, die die gesamte Information über die dynamische Struktur des Deuterons enthalten, werden in der vorliegenden Arbeit im Breit-System berechnet. Um in der späteren numerischen Behandlung Klarheit über die Beiträge der verschiedenen Prozesse zu erlangen, werden die Funktionen $A(q^2)$ und $B(q^2)$ nach Coulomb-, Quadrupol- und magnetischem Formfaktor zerlegt, resp. $F_C(q^2)$, $F_Q(q^2)$ und $F_M(q^2)$.

In Kapitel III. wird ein beliebiger Kern - im speziellen vorliegenden Fall das Deuteron - konsistent als Meson-Nukleon-System beschrieben. Die Grundlage bildet ein Projektionsverfahren mittels unitärer Transformationen /40-42/, welches die mesonischen Freiheitsgrade herausprojiziert, so daß die Wellenfunktion eines Kerns ausschließlich nukleonische Komponenten enthält. Hieraus ergibt sich eine Konstruktionsvorschrift für effektive Operatoren im Raum der Nukleonen im Rahmen vorgegebener Modellannahmen.

Des weiteren wird in Abschnitt II.2 das effektive 1-Boson-Austausch-Potential auf der Grundlage der vorhergehenden allgemeinen Überlegungen abgeleitet. Die fundamentalen Wechselwirkungen von $J^P = 0^+$-, 0^-- und 1^--Mesonen mit Nukleonen, die zur expliziten Bestimmung des 1-Boson-Austausch-Potentials notwendig sind, werden angegeben.

Weiterhin erfolgt in Abschnitt III.3 die Bestimmung effektiver elektromagnetischer Operatoren im Rahmen des 1-Boson-Austausches. Der effektive elektromagnetische Stromoperator des 2-Nukleonen-Systems kann in einem 1-Teilchen- und einen 2-Teilchen-Anteil aufgespalten werden. Die Impuls-Approximation ist durch den 1-Teilchen-Anteil dieses Vierer-Stromes vollständig beschrieben. Der 2-Teilchen-Anteil läßt eine eindeutige Identifikation der elektromagnetischen Austausch-Prozesse zu. Für den Austausch von 0^+-, 0^-- und 1^--Mesonen werden sodann die expliziten Ausdrücke der Austausch-Ströme angegeben. Es wird diskutiert, von welchen Prozessen eine dominierende Rolle zu erwarten ist.

In Kapitel IV. erfolgt die Behandlung des Eigenwertproblems des Deuterons im Impulsraum. Auf der Grundlage der Berechnung von Matrixelementen des in Abschnitt III. entwickelten effektiven Stromoperators wird diskutiert, daß es im Rahmen des 1-Boson-Austausches ausreicht, die

Deuteron-Wellenfunktion im Ruhesystem zu bestimmen. Eine Abschätzung der zu erwartenden Größenordnung der durch die Lorentz-Transformation entstehenden zusätzlichen Effekte wird vorgenommen.

Die konkrete Bestimmung der Deuteron-Wellenfunktion im Impulsraum wird in Abschnitt IV.2 durchgeführt. Die Impulsdarstellung sowie die konkret benutzten Parameter des hier verwendeten 1-Boson-Austausch-Potentials werden angegeben.

Abschnitt V. enthält die konkrete Berechnung von Matrixelementen der in Kapitel III. hergeleiteten effektiven elektromagnetischen Operatoren im Impulsraum sowohl für die Impuls-Approximation als auch für Austausch-Operatoren. Es wird die Kinematik des Breit-Systems zugrunde gelegt. Die zu dieser Berechnung notwendigen Impulsdarstellungen der effektiven Operatoren werden angegeben.

In Kapitel VI. erfolgt die Diskussion der numerischen Ergebnisse. Es werden sowohl die relativen Beiträge der einzelnen Prozesse als auch die Gesamtbeiträge für den exakten Fall und im Falle nicht-relativistischer Näherungen diskutiert. Darüber hinaus wird die Verwendung verschiedener elektromagnetischer Formfaktoren erörtert. Ein Vergleich mit Quark-Modell-Ergebnissen bei hohen Impulsüberträgen wird angestellt.

Schließlich wird in Abschnitt VII. eine Zusammenfassung gegeben, in der Folgerungen diskutiert werden.

II. Der Wirkungsquerschnitt für die elastische Elektron-Deuteron-Streuung

1. Vorbemerkung

In den letzten Jahren hat sich die Elektronenstreuung zu einem immer wichtigeren Hilfsmittel bei der Untersuchung von Kernstrukturen entwickelt. Zum einen ist die Ankopplung des elektromagnetischen Feldes an einen Kern wegen der Feinstrukturkonstanten $\alpha = \frac{1}{137}$ nur sehr schwach, so daß hierdurch die Dynamik des zu untersuchenden Kerns nicht beeinflußt wird. Andererseits ist die elektromagnetische Wechselwirkung vom theoretischen Standpunkt mittels der Quantenelektrodynamik sehr gut verstanden. Im weiteren soll nun untersucht werden, welche Informationen die elastische Streuung von Elektronen an Deuteronen über die innere Struktur des Deuterons liefern kann. Das Deuteron stellt den einfachsten in der Natur vorkommenden Kern dar, bei dem die starke Wechselwirkung beteiligt ist. Somit liefert eine Untersuchung der inneren Struktur des Deuteron mittels Elektronen-Streuung direkte Erkenntnisse über die Natur der starken Wechselwirkung.
Darüber hinaus stellt das Deuteron das einfachste Neutron-Target dar, so daß mit Hilfe der Elektron-Deuteron-Streuung auf eine wesentlich verläßlichere Weise Information über die elektromagnetische Struktur des Neutrons gewonnen werden kann als es bei der Elektronen-Streuung an komplexeren Kernen möglich ist, da hier Vielteilchen-Effekte eine störende Wirkung haben.
In diesem Abschnitt wird nun allgemein das Streuproblem von Elektronen an Deuteronen behandelt. Die innere Struktur des Deuterons wird mit Hilfe von Formfaktoren beschrieben, die als Funktionale der Deuteron-Wellenfunktion definiert werden. Diese Funktionale sind durch Matrixelemente des elektromagnetischen Stromoperators des 2-Teilchen-Systems zwischen Deuteron-Wellenfunktionen gegeben. Im weiteren erfolgt die Berechnung solcher Matrixelemente im Impulsraum für 1- und 2-Teilchen-Operatoren, wie sie im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells auftreten.

2. Herleitung des Wirkungsquerschnittes

Der Elektron-Deuteron Streuprozeß wird im Rahmen des S-Matrix-Formalismus beschrieben /37 - 39/. Da die Ankopplung des elektromagnetischen Feldes an das Deuteron über die Feinstrukturkonstante $\alpha = \frac{1}{137}$ sehr klein ist, kann die weitere Betrachung auf den Austausch eines Photons zwischen Elektron und Deuteron beschränkt werden. Diesen ersten Term der Störungsentwicklung nennt man die Born'sche Näherung.
Auf der Grundlage dieser Oberlegungen kann der Elektron-Deuteron-Streuprozeß folgendermaßen dargestellt werden:

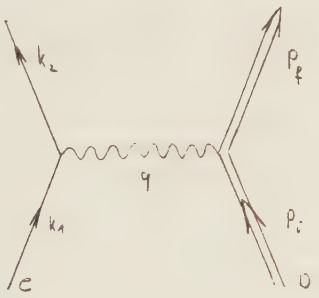


Fig. II.1

$k_1 = (\vec{k}_1, i\varepsilon_1)$ und $k_2 = (\vec{k}_2, i\varepsilon_2)$ sind die Vierer-Impulse des Elektrons im Anfangs- und Endzustand. Der Anfangs- und Endviererimpuls des Deuterons ist durch $P_i = (\vec{P}_i, iE_i)$ bzw. $P_f = (\vec{P}_f, iE_f)$ gekennzeichnet. Der interne Zustand des Deuterons wird durch weitere Quantenzahlen wie den Gesamtspin J_i bzw. J_f sowie die entsprechenden Isospinquantenzahlen T_i bzw. T_f und eventuell anderer Quantenzahlen charakterisiert. Polarisation der Elektronen und des Deuterons werden nicht berücksichtigt. Der Impulsübertrag des Elektrons an das Deuteron ist gegeben durch

$$q = k_1 - k_2 = (\vec{q}, i\omega_0) \qquad \text{(II.1)}$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den in Fig. II.1 dargestellten Streuprozeß ist proportional dem Betragsquadrat der gesamten Amplitude der Streuung, die als S-Matrixelement beschrieben werden kann:

$$d\sigma \sim |S_{fi}|^2 \qquad \text{(II.2)}$$

Zur weiteren Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnittes wird die M-Matrix benutzt, die über folgende Relation mit der S-Matrix zusammenhängt:

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \sqrt{\prod_{ext\,j} \frac{\eta_j}{V}}\; M_{fi} \qquad \text{(II.3)}$$

mit
$$\eta_j = \begin{cases} \dfrac{m_j}{E_j} & \text{für Fermionen} \\ \dfrac{1}{2E_j} & \text{für Bosonen} \end{cases} \qquad \text{(II.4)}$$

V bezeichnet in diesem Zusammenhang ein Normierungsvolumen, das jedoch bei der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes herausfällt.
Damit ergibt sich nach dem üblichen Verfahren /38-39/ folgende Form des differentiellen Wirkungsquerschnittes:

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{m_e^2\, m_d^2}{\sqrt{(k_1 p_2)^2 - (m_e m_d)^2}}\; \delta^{(4)}(p_f + k_2 - p_i - k_1) \qquad \text{(II.5)}$$
$$\cdot \frac{d^3\vec{k}_2}{\varepsilon_2} \frac{d^3\vec{p}_f}{E_f} |M_{fi}|^2$$

wobei der Term δ_{fi} aus (II.3) vernachlässigt wurde, da er den Fall beschreibt, bei dem keine Streuung stattfindet. m_e ist die Masse des Elektrons, m_d die des Deuterons. $d\sigma$ stellt eine gegenüber Lorentz-Transformationen entlang der Bewegungsrichtung der einfallenden Teilchenstrahlen invariante Größe dar.
Oblicherweise paßt man die Berechnung der kinetischen Faktoren in (II.5) den Verhältnissen an, unter denen Streuprozesse experimentell untersucht werden, d.h. man bestimmt sie im Laborsystem. Führt man die Integration über den Phasenraum des auslaufenden Deuterons

sowie über die Energie des auslaufenden Elektrons im Laborsystem aus, so erhält man für den nach dem Raumwinkel des auslaufenden Elektrons aufgelösten differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = \frac{m_e^2}{(2\pi)^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_1}{m_d} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} |M_{fi}|^2 \qquad \text{(II.6)}$$

Hierbei beschreibt ϑ den Streuwinkel.
Die gesamte Dynamik des Streuprozesses ist in der invarianten Amplitude $|M_{fi}|^2$ enthalten. M_{fi} ist gegeben durch:

$$M_{fi} = ie \langle k_2 \lambda_2 | j_\mu^{el}(0) | k_1 \lambda_1 \rangle D_{\mu\nu}(q) J_\nu^0(P_i, P_f) \qquad \text{(II.7)}$$

Hierbei ist $\langle k_2 \lambda_2 | j_\mu^{el}(0) | k_1 \lambda_1 \rangle$ das Matrixelement des elektromagnetischen Stromoperators des Elektrons, welches den leptonischen Anteil der M-Matrix beschreibt. Dieser Anteil der M-Matrix ist aus der Quantenelektrodynamik wohl bekannt:

$$\langle k_2 \lambda_2 | j_\mu^{el}(0) | k_1 \lambda_1 \rangle = ie \bar{u}_{\lambda_2}(\vec{k}_2) \gamma_\mu u_{\lambda_1}(\vec{k}_1) \qquad \text{(II.8)}$$

λ_1 und λ_2 bezeichnen die Elektronenspins im Anfangs- und Endzustand. $u_\lambda(\vec{k})$ sind die Dirac-Spinoren des Elektrons und γ_μ die Dirac'schen γ-Matrizen.
$D_{\mu\nu}(q)$ stellt den Propagator des ausgetauschten Plotons dar, der gegeben ist durch:

$$D_{\mu\nu}(q) = -i \frac{\delta_{\mu\nu}}{q^2} \qquad \text{(II.9)}$$

Die innere Struktur des Deuterons ist in dem Vierer-Strom $J_\nu^0(P_i, P_f)$ enthalten. Dieser Strom ist gegeben durch das Matrixelement des elektromagnetischen Stromoperators des 2-Teilchen-Systems

$$J_\nu^0(P_i, P_f) = \sqrt{\frac{E_i E_f}{m_d^2}} \langle P_f J_f M_f T_f M_{T_f} | \hat{J}_\nu(0) | P_i J_i M_i T_i M_{T_i} \rangle \qquad \text{(II.10)}$$

$$= \sqrt{\frac{E_i E_f}{m_d^2}} \langle \psi_f | \hat{J}_\nu(0) | \psi_i \rangle$$

Hierbei sind die Deuteron-Zustände $|\psi_i\rangle$ bzw. $|\psi_f\rangle$ auf 1 normiert.

$$\langle \psi_i | \psi_i \rangle = \langle \psi_f | \psi_f \rangle = 1 \qquad \text{(II.1o)}$$

Mit (II.8-1o) ergibt sich für das M-Matrixelement:

$$M_{fi} = \frac{ie^2}{q^2} \bar{u}_{\lambda_2}(\vec{k}_2) \gamma_\mu u_{\lambda_1}(\vec{k}_1) \; J^0_\mu (P_i, P_f) \qquad \text{(II.11)}$$

In dieser Arbeit wird die elastische Streuung unpolarisierter Elektronen an einem unpolarisierten Deuteron behandelt. Es muß also bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes über die entsprechenden Polarisationen des Elektrons und des Deuterons im Anfangszustand gemittelt und im Endzustand über alle möglichen Polarisationen summiert werden. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = \frac{m_e^2}{(2\pi)^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{e^4}{q^4} \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_1}{m_d} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$$

$$\cdot \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} \left| \bar{u}_{\lambda_2}(\vec{k}_2) \gamma_\mu u_{\lambda_1}(\vec{k}_1) J^0_\mu (P_i, P_f) \right|^2 \qquad \text{(II.12)}$$

Die Summation und Bildung des Betragsquadrates über den leptonischen Anteil kann direkt ausgeführt werden. Es ergibt sich folgender leptonischer Tensor:

$$\frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} |\bar{u}_{\lambda_2}(\vec{k}_2) \gamma_\mu u_{\lambda_1}(\vec{k}_1)|^2 = \frac{1}{2m_e^2} \left(k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\mu} k_{2\nu} - k_1 k_2 \delta_{\mu\nu} \right) \qquad \text{(II.13)}$$

Die Elektronenmasse ist bei der Berechnung dieses Tensors gegenüber den Elektronenenergien vernachlässigt worden. Der differentielle Wirkungsquerschnitt kann damit geschrieben werden als:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = 2\alpha^2 \frac{1}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_1}{m_d} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$$

$$\cdot \frac{1}{2J_i+1} \sum_{m_i m_f} (k_{2\mu} k_{1\nu} + k_{2\nu} k_{1\mu} - k_1 k_2 \delta_{\mu\nu}) \cdot J^0_\mu J^{0*}_\nu \qquad \text{(II.14)}$$

wobei α die Feinstrukturkonstante bedeutet:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137} \qquad \text{(II.15)}$$

Für den Viererstrom des Deuterons wird in diesem Zusammenhang die folgende Konvention eingeführt:

$$J^{0*}_\mu = (\vec{J}^{0*}, i\varrho^{0*}) \qquad \text{(II.16)}$$

Wie aus (II.1o) ersichtlich ist, ist der Deuteronstrom durch Matrixelemente des elektromagnetischen Stromoperators zwischen Deuteronzuständen mit definiertem Gesamtdrehimpuls gegeben. Daher ist es günstig, diesen Strom nach einer sphärischen Basis zu entwickeln. Oblicherweise wählt man diejenige Basis, in der das ausgetauschte Photon die Z-Richtung festlegt. Sie ist folgendermaßen definiert:

$$\vec{e}^{(q)}_0 = \vec{e}_z = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|}$$

$$\vec{e}^{(q)}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y) \qquad \text{(II.17)}$$

Der Vektoranteil des Viererstromes J^0_μ kann in dieser Basis geschrieben werden als:

$$\vec{J}^0 = \sum_{\lambda=0,\pm 1} J^0_\lambda \vec{e}^{(q)}_{-\lambda} \qquad \text{(II.18)}$$

J^0_λ stellt somit eine sphärische Komponente des Vektorstromes $\vec{J}^0$ im Photonsystem dar:

$$J^0_\lambda = \vec{e}^{(q)}_\lambda \vec{J}^0 \qquad \text{(II.19)}$$

Gilt nun für den Viererstrom j_μ^0 eine Kontinuitätsgleichung

$$q_\mu j_\mu^0 = 0 \tag{II.20}$$

d.h. ist j_μ^0 ein erhaltener Strom (CVC = conserved vector current), so kann die longitudinale Komponente des Vektorstromes $\vec{j}^0$ durch die Ladungsdichte ρ^0 ausgedrückt werden:

$$j_0^0 = \frac{q_0}{|\vec{q}|}\,\rho^0 \tag{II.21}$$

Mit diesen Voraussetzungen und der Tatsache, daß die Masse des Elektrons gegenüber seiner Energie vernachlässigt werden kann, erhält man für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = 2\alpha^2 \frac{1}{q^4}\,\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\,\frac{1}{1+\frac{2\varepsilon_1}{m_d}\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{1}{2J_i+1}\sum_{m_i m_f}\left\{ V_1 \sum_{\lambda=\pm1} |J_\lambda^0|^2 + V_2 |\rho^0|^2 \right\} \tag{II.22}$$

mit den kinematischen Vorfaktoren

$$V_1 = \vec{k}_1\cdot\vec{k}_2 - \frac{(\vec{k}_1\cdot\vec{q})(\vec{k}_2\cdot\vec{q})}{|\vec{q}|^2} - k_1 k_2 \tag{II.23}$$

$$V_2 = 2\left(\frac{\varepsilon_0}{|\vec{q}|}\vec{k}_1\cdot\vec{q} - \varepsilon_1\right)\left(\frac{\varepsilon_0}{|\vec{q}|}\vec{k}_2\cdot\vec{q} - \varepsilon_2\right) - k_1 k_2\left(\frac{\varepsilon_0^2}{|\vec{q}|^2} - 1\right) \tag{II.24}$$

Berechnet man auch den Ausdruck in der geschweiften Klammer im Laborsystem, so ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}}\right)_{\text{Mott}} R \cdot \frac{1}{2J_i+1}\sum_{m_i m_f}\left\{ \frac{q^4}{|\vec{q}|^4}\,|\rho^{0,\text{lab}}|^2 \right. \tag{II.25}$$

$$\left. + \frac{q^2}{2|\vec{q}|^2}\sum_{\lambda=\pm1}|J_\lambda^{0,\text{lab}}|^2 + \tan^2\frac{\vartheta}{2}\sum_{\lambda=\pm1}|J_\lambda^{0,\text{lab}}|^2 \right.$$

Der Mott'sche Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2\frac{\vartheta}{2}}{4\varepsilon_1^2 \sin^4\frac{\vartheta}{2}} \qquad \text{(II.26)}$$

Er beschreibt die Streuung eines Elektrons an einem strukturlosen Deuteron unendlich schwerer Masse. Berücksichtigt man die endliche Masse des Deuterons, so wird der Phasenraum des auslaufenden Elektrons durch den Rückstoß, den das Deuteron erfährt, eingeschränkt. Diese Tatsache wird durch den Recoil-Faktor

$$R = \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_1}{m_d}\sin^2\frac{\vartheta}{2}} \qquad \text{(II.27)}$$

beschrieben.
In (II.25) sind sowohl die kinematischen als auch die dynamischen Größen im Laborsystem berechnet worden, d.h. die invariante Amplitude $|M_{fi}|^2$ ist in diesem System bestimmt worden. Wegen der Invarianz von $|M_{fi}|^2$ unter Lorentz-Transformationen läßt sich dieser Ausdruck in einem beliebigen Referenzsystem berechnen. Da das Laborsystem eine Unsymmetrie in der Behandlung der Schwerpunktsbewegung des Deuterons im Anfangs- und Endzustand aufweist, ist es nicht sinnvoll, die dynamische Beschreibung des Streuprozesses in diesem System vorzunehmen. Ein Lorentz-System, welches für die Schwerpunktsbewegung des Deuterons im Anfangs- und Endzustand eine symmetrische Behandlung zuläßt, ist das Breit-System. Dieses System ist definiert durch:

$$\vec{p}_i + \vec{p}_f = 0 \qquad \text{(II.28)}$$

Im Photonsystem ergibt sich:

$$\vec{p}_i = -\vec{p}_f = -\frac{\vec{q}}{2} \tag{II.29}$$

Das durch (II.28-29) definierte Referenzsystem bietet den Vorteil, daß der Energieübertrag des Elektrons an das Deuteron verschwindet

$$q_0 = 0 \tag{II.3o}$$

Damit ergibt sich direkt aufgrund der Energieerhaltung für das Deuteron im Anfangs- und Endzustand die gleiche Energie

$$E_i = E_f = E = \sqrt{\frac{\vec{q}^2}{4} + m_d^2} \tag{II.31}$$

Um die dynamischen Größen in (II.25) im Breit-System ausdrücken zu können, führen wir eine Lorentz-Transformation des Stromes J_μ^0 entlang der z-Richtung vom Labor- ins Breit-System aus. Hierbei ist zu beachten, daß wegen (II.21) die longitudinale Komponente des Stromes durch die Ladungsdichte ausgedrückt werden kann. Es ergibt sich also lediglich eine Transformation der Ladungsdichte. Da sich das Laborsystem gegenüber dem Breit-System mit dem Impuls $-\frac{\vec{q}}{2}$ bewegt, kann die Transformation der 4. Komponente von J_μ^0 geschrieben werden als:

$$J_4^{0,Lab} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(J_4^{0,Breit} - \beta J_3^{0,Breit} \right) \tag{II.32}$$

mit $\beta = \frac{|\vec{q}|}{2E}$ als Transfomationsgeschwindigkeit. Da CVC (Gl. II.2o) gelten soll, ist $J_3^{0,Breit} = 0$ aufgrund von (II.3o), so daß für die Transformation der Ladungsdichte geschrieben werden kann:

$$\rho^{0,Lab} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rho^{0,Breit} \tag{II.33}$$

Mit der Definition

$$\eta = \frac{q^2}{4m_d^2} \tag{II.34}$$

und den transversalen Komponenten

$$\mathcal{J}_\lambda^{D,Breit} = \sqrt{1+\eta}\, \langle \tfrac{\vec{q}}{2} J_f M_f T_f M_{T_f} | \hat{\mathcal{J}}_\lambda^{D,Breit}(0) | -\tfrac{\vec{q}}{2} J_i M_i T_i M_{T_i} \rangle \tag{II.35}$$

ergibt sich dann für den differentiellen Wirkungsquerschnitt (II.25)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}}\right)_{Mott} R \frac{1}{2J_i+1} \sum_{M_i M_f} \Big\{ \Big| \langle \tfrac{\vec{q}}{2} J_f M_f T_f M_{T_f} | \hat{\rho}^{D,Breit}(0) | -\tfrac{\vec{q}}{2} J_i M_i T_i M_{T_i} \rangle \Big|^2$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{\lambda=\pm 1} \Big| \langle \tfrac{\vec{q}}{2} J_f M_f T_f M_{T_f} | \hat{\mathcal{J}}_\lambda^{D,Breit}(0) | -\tfrac{\vec{q}}{2} J_i M_i T_i M_{T_i} \rangle \Big|^2$$

$$+ \tan^2\tfrac{\vartheta}{2}(1+\eta) \sum_{\lambda=\pm 1} \Big| \langle \tfrac{\vec{q}}{2} J_f M_f T_f M_{T_f} | \hat{\mathcal{J}}_\lambda^{D,Breit}(0) | -\tfrac{\vec{q}}{2} J_i M_i T_i M_{T_i} \rangle \Big|^2 \Big\} \tag{II.35a}$$

Da das Deuteron die Quantenzahlen $J=1$ und $T=0$ besitzt, genügt zur Charakterisierung eines Deuteronzustandes die Angabe des Schwerpunktimpulses sowie der magnetischen Quantenzahl M. Wir werden im folgenden also die Bezeichnungen

$$|\psi_i\rangle = |-\tfrac{\vec{q}}{2} M_i\rangle$$

$$|\psi_f\rangle = |\tfrac{\vec{q}}{2} M_f\rangle \tag{II.36}$$

zur Charakterisierung des Anfangs- und Endzustandes verwenden. Schreibt man den Wirkungsquerschnitt (II.35) in der üblichen Weise als

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_2}}\right)_{Mott} R \left\{ A(q^2) + \tan^2\tfrac{\vartheta}{2} B(q^2) \right\} \tag{II.37}$$

so sind die Lorentz-invarianten Formfaktoren $A(q^2)$ und $B(q^2)$ als Funktionale der Deuteron-Wellenfunktionen sowie die Ladungsdichte und der transversalen Stromanteile des Deuterons definiert durch:

$$A(q^2) = \frac{1}{3}\sum_{m_i m_f}\Big\{ \Big| \Big\langle \tfrac{\vec{q}}{2} m_f \Big| \hat{\rho}^{Breit}(0) \Big| -\tfrac{\vec{q}}{2} m_i \Big\rangle \Big|^2 + \frac{1}{2}\sum_{\lambda=\pm 1} \Big| \Big\langle \tfrac{\vec{q}}{2} m_f \Big| \hat{J}_\lambda^{Breit}(0) \Big| -\tfrac{\vec{q}}{2} m_i \Big\rangle \Big|^2 \Big\} \qquad \text{(II.38)}$$

$$B(q^2) = \frac{1}{3}(1+\eta)\sum_{m_i m_f}\sum_{\lambda=\pm 1} \Big| \Big\langle \tfrac{\vec{q}}{2} m_f \Big| \hat{J}_\lambda^{Breit}(0) \Big| -\tfrac{\vec{q}}{2} m_i \Big\rangle \Big|^2 \qquad \text{(II.39)}$$

Die Formfaktoren $A(q^2)$ und $B(q^2)$ stellen die einer Messung zugänglichen Größen dar.
Wir definieren nun drei neue Formfaktoren, die in folgender Weise mit den in (II.38) und (II.39) auftretenden Matrixelementen zusammenhängen:

$$\Big\langle \tfrac{\vec{q}}{2} m_f \Big| \hat{\rho}^{Breit}(0) \Big| -\tfrac{\vec{q}}{2} m_i \Big\rangle = F_C(q^2) + (-)^{m_i} \langle 1 m_f 1 -m_i | 20 \rangle F_Q(q^2) \qquad \text{(II.40)}$$

$$\Big\langle \tfrac{\vec{q}}{2} m_f \Big| \hat{J}_\lambda^{Breit}(0) \Big| -\tfrac{\vec{q}}{2} m_i \Big\rangle = -\lambda \langle 1 m_f 1 -m_i | 1 \lambda \rangle \frac{|\vec{q}|}{m_N} F_M(q^2) \qquad \text{(II.41)}$$

$F_C(q^2)$, $F_Q(q^2)$ und $F_M(q^2)$ nennt man Ladungs-, Quadrupol- und magnetischen Formfaktor. m_N bezeichnet die Nukleonenmasse. Diese Formfaktoren ergeben für $q^2=0$ die folgenden experimentellen Werte:

$$\begin{aligned} F_C(0) &= 1 \quad \text{(Ladung)} \\ F_Q(0) &= \text{Quadrupolmoment} \\ F_M(0) &= \text{Magnetisches Moment in Termen des Kernmagnetons} \end{aligned} \qquad \text{(II.42)}$$

Mit den Definitionen (II.40-41) lassen sich die Formfaktoren $A(q^2)$ und $B(q^2)$ in folgender Weise ausdrücken:

$$A(q^2) = F_C^2(q^2) + \frac{\vec{q}^4}{18} F_Q(q^2) + \frac{\vec{q}^2}{6m_N^2} F_M^2(q^2) \qquad \text{(II.43)}$$

$$B(q^2) = \frac{\vec{q}^2}{3m_N^2} (1+\eta) F_M^2(q^2) \qquad \text{(II.44)}$$

Die Information über die innere Struktur des Deuterons, die in den Formfaktoren A (q^2) und B (q^2) enthalten war, ist nun über die in (II.40-41) definierten Formfaktoren zugänglich. Faßt man nun noch den Ladungs- und Quadrupolformfaktor zum elektrischen Formfaktor

$$F_E^2(q^2) = F_C^2(q^2) + \frac{\vec{q}^4}{18} F_Q^2(q^2) \qquad \text{(II.45)}$$

zusammen, so kann der Wirkungsquerschnitt (II.37) geschrieben werden als:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_1}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_1}}\right)_{Mott} \cdot R \left\{ F_E^2(q^2) + \frac{\vec{q}^2}{6m_N^2} F_M^2(q^2) + \tan^2\frac{\vartheta}{2} \left[\frac{\vec{q}^2}{3m_N^2} (1+\eta) F_M^2(q^2)\right] \right\} \qquad \text{(II.46)}$$

Wie aus den Definitionen für F_C, F_Q und F_M hervorgeht, liefert die Bestimmung dieser Formfaktoren direkte Informationen über die dynamische Struktur des Deuterons. Zur Berechnung dieser Formfaktoren ist jedoch die Kenntnis sowohl der Deuteron-Wellenfunktion als auch des elektromagnetischen Viererstromoperators des Deuterons notwendig. Damit schließt die Berechnung von F_C, F_Q und F_M die gleichzeitige konsistente Bestimmung beider Größen ein.

Da es bis zur heutigen Zeit keine umfassende Theorie der starken Wechselwirkung gibt, ist man bei der Beschreibung des Deuterons oder anderen Kernen auf Modellannahmen angewiesen. In dieser Arbeit wird die elastische Elektron-Deuteron-Streuung im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells

untersucht. Soll nun eine konsistente Theorie der Wechselwirkung des Deuterons mit einem äußeren Feld - in diesem Falle mit dem elektromagnetischen Feld - im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells entwickelt werden, ist es zunächst notwendig, das Deuteron - oder allgemeiner einen Kern - als System aus Nukleonen und Mesonen zu beschreiben. In diesem Sinne ist eine konsistente Bestimmung sowohl der Deuteron-Wellenfunktion als auch des elektromagnetischen Stromoperators des Deuterons möglich. Das hierzu notwendige Verfahren wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

III. Der Projektionsformalismus für das Meson-Nukleon-System

In der traditionellen Kernphysik wird ein Kern als ein System von Nukleonen ohne die explizite Berücksichtigung mesonischer Freiheitsgrade beschrieben. Die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung wird hierbei in Form eines phänomenologischen Potentials wie das Reid-Soft-Core- /11/ oder das Hamada-Johnston-Potential /12/ berücksichtigt. Diese Beschreibung ist jedoch im Sinne einer mikroskopischen Theorie der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung äußerst unbefriedigend.
Schon im Jahre 1935 zeigte Yukawa /13/ auf der Grundlage feldtheoretischer Überlegungen, daß die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung durch den Austausch von π-Mesonen erzeugt werden kann. In den darauf folgenden Jahrzehnten wurden immer wieder Versuche unternommen, die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung feldtheoretisch durch den Austausch von Mesonen zu beschreiben. Insbesondere führte die Untersuchung des Meson-Austausches in den letzten Jahren zur Entwicklung mesonentheoretischer Potentiale, die die experimentellen Nukleon-Nukleon-Streudaten sowie die Deuteron-Bindungsenergie zuverlässig wiedergeben /14,15/. Die hier entwickelten 1-Boson-Austausch-Poteniale berücksichtigen den Austausch von π-, η-, σ-, ϱ-, ω- und ϕ-Mesonen, wobei speziell die Vektorteilchen ϱ, ω und ϕ die kurzreichweitigen Anteile der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung bestimmen. Es zeigt sich, daß schon die Betrachtung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung die Beschreibung des Kerns als ein System aus Nukleonen und Mesonen erfordert. Die Notwendigkeit der Beschreibung eines Kerns als Meson-Nukleon-System zeigt sich noch deutlicher bei der Untersuchung der Wechselwirkung des Kerns mit einem äußeren Feld. Als Beispiel kann der in dieser Arbeit betrachtete Fall der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung angeführt werden. An vielen Untersuchungen /2, 18-26/ zeigt sich, daß mesonische Austauschströme eine sehr wichtige Rolle in der Beschreibung der Wechselwirkung eines Kerns mit einem

äußeren Feld spielen. Eines der Hauptprobleme in diesem Zusammenhang ist die Definition und Identifikation dieser Austauschströme. Ein möglicher Zugang zur Bestimmung der mesonischen Austauschströme ist die S-Matrix-Methode, die insbesondere von Chemtob und Rho /43/ im Zusammenhang mit der Untersuchung magnetischer Momente und Gamow-Teller-Übergänge benutzt wurde. Da in den konventionellen Beschreibungen des Kerns die nichtrelativistische Schrödinger-Gleichung benutzt wird, führt die S-Matrix-Methode zum Problem der Doppelzählung von mesonischen Beiträgen.

Ein weiteres Problem bei Benutzung der S-Matrix-Methode zur Bestimmung mesonischer Austauschströme ist die Behandlung von Recoil-Effekten. Von einem Recoil-Effekt kann dann gesprochen werden, wenn während der elektromagnetischen Wechselwirkung des Kerns explizite mesonische Freiheitsgrade in dem dann vorliegenden Kernzustand auftreten. Ist die ursprüngliche Wellenfunktion des Kerns normiert, so kann sie es im Falle der auftretenden mesonischen Freiheitsgrade nicht mehr sein.
Die obigen Beispiele zeigen, daß die Definition und Identifikation von mesonischen Austauschströmen untrennbar mit der Bestimmung der Wellenfunktion des Kerns verbunden ist. Es ist also notwendig, einen Kern konsistent als System aus Nukleonen und Mesonen zu beschreiben und damit gleichzeitig die Wellenfunktion sowie die auftretenden elektromagnetischen Austauschströme zu bestimmen.

Im folgenden werden die Grundlagen dargestellt, auf denen die Konstruktion eines effektiven Potentials sowie effektiver elektromagnetischer Austauschoperatoren im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells beruhen. Zunächst wird ein Projektionsverfahren auf der Basis unitärer Transformationen vorgestellt, das erstmals von Fukuda , Sawada und Taketani /40/ und Okubo /41/ auf das Problem angewandt wurde, den Hilbert-Raum eines gegebenen Systems in einen Modell-Raum und einem Rest aufzuspalten. Im folgenden wird dieser Formalismus FST-Methode genannt. Gari und Hyuga /42/

übertrugen die FST-Modelle auf den Hilbert-Raum eines Meson-Nukleon-Systems und entwickelten damit eine Vorschrift zur Konstruktion effektiver Operatoren im Rahmen vorgegebener Modellannahmen über das System. Im Gegensatz zu phänomenologischen Betrachtungen bietet die so weiterentwickelte FST-Methode den Vorteil, ausschließlich physikalische Gesichtspunkte bei der Wahl eines Modells des Meson-Nukleon-Systems heranzuziehen. Darüber hinaus ist eine Beschränkung auf nicht-kovariante Beschreibungen des Systems nicht notwendig und damit die Unsicherheit nicht-relativistischer Reduktionen ausgeschlossen.

1. Entkopplung der Eigenwertgleichung für das Meson-Nukleon-System

Ausgangspunkt der Betrachtung ist das Eigenwertproblem für das Meson-Nukleon-System

$$H\,|\Psi_i\rangle = E\,|\Psi_i\rangle \qquad \text{(III.1)}$$

wobei der Hamilton-Operator H eine Summe aus den feldtheoretischen Hamilton-Operatoren der freien Nukleonen und Mesonen sowie einer feldtheoretischen Wechselwirkung zwischen Mesonen und Nukleonen ist:

$$H = H_0 + H_I = H_0^{N} - H_0^{M} + H_I \qquad \text{(III.2)}$$

Insbesondere enthält

$$H_0^{N} = \vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta m_N \qquad \text{(III.3)}$$

auch Projektionen auf negative Energiekomponenten der freien Nukleonen, d.h. auf Antinukleonen.
Die Zustände $|\Psi_i\rangle$ spannen den vollständigen Hilbert-Raum $\mathcal{H}$ des Meson-Nukleon-Systems auf. Wir teilen nun den vollständigen Hilbert-Raum in zwei Unterräume $\mathcal{H}_1$ und $\mathcal{H}_2$ mit den in den jeweiligen Unterräumen vollständigen Basisvektoren $|\Psi_i'\rangle \in \mathcal{H}_1$ und $|\Psi_i''\rangle \in \mathcal{H}_2$. In unserem Falle sollen die Zustände $|\Psi_i'\rangle$ nur Nukleonen-Koordinaten enthalten und keine expliziten Meson- und Antinukleonkomponenten.

Es werden nun Projektionsoperatoren auf die Zustände $|\Psi_1'\rangle$ und $|\Psi_2'\rangle$ eingeführt:

$$\eta |\Psi_i\rangle = |\Psi_1'\rangle \Rightarrow \eta |\Psi_1'\rangle = |\Psi_1'\rangle$$

$$(1-\eta)|\Psi_i\rangle = \Lambda |\Psi_i\rangle = |\Psi_2'\rangle \Rightarrow \Lambda |\Psi_2'\rangle = |\Psi_2'\rangle$$

Die Projektionsoperatoren η und Λ erfüllen folgende Relationen:

$$\eta^2 = \eta \quad ; \quad \Lambda^2 = \Lambda$$

$$\eta \Lambda = 0$$

$$[H_0, \eta] = 0$$

Projeziert man nun Gleichung (III.1) einmal mit η und einmal mit Λ, so erhält man folgendes gekoppeltes Gleichungssystem für die Zustände $|\Psi_1'\rangle$ und $|\Psi_2'\rangle$:

$$\begin{pmatrix} \eta H \eta & \eta H \Lambda \\ \Lambda H \eta & \Lambda H \Lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\Psi_1'\rangle \\ |\Psi_2'\rangle \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} |\Psi_1'\rangle \\ |\Psi_2'\rangle \end{pmatrix} \qquad \text{(III.4)}$$

Mit Hilfe der zweiten Gleichung dieses Systems läßt sich $|\Psi_2'\rangle$ durch den reinen Nukleonen-Zustand $|\Psi_1'\rangle$ ausdrücken:

$$\Lambda H \eta |\Psi_1'\rangle + \Lambda H \Lambda |\Psi_2'\rangle = E |\Psi_2'\rangle$$

$$\Rightarrow \quad \Lambda H |\Psi_1'\rangle = (E - \Lambda H) |\Psi_2'\rangle$$

$$\Rightarrow \frac{1}{E - H_0} \Lambda H_I |\Psi_1'\rangle = \left(1 - \frac{1}{E - H_0} \Lambda H_I\right) |\Psi_2'\rangle$$

Damit ergibt sich für den Zustand $|\Psi_2'\rangle$ die Gleichung:

$$|\Psi_2'\rangle = \frac{1}{1 - \frac{1}{E - H_0} \Lambda H_I} \cdot \frac{1}{E - H_0} \Lambda H_I |\Psi_1'\rangle \qquad \text{(III.5a)}$$

Diese Gleichung kann mit Hilfe einer Reaktionsmatrix geschrieben werden als:

$$|\Psi_2'\rangle = \frac{1}{E - H_0} \Lambda R \, |\Psi_1'\rangle \qquad \text{(III.5b)}$$

Die durch die Gleichung (III.5b) definierte Reaktionsmatrix erfüllt folgende Integralgleichung:

$$R = H_I + H_I \frac{1}{E - H_0} \Lambda R \qquad \text{(III.6)}$$

Die Gleichungen (III.5a) bzw. (III.5b) besagen, daß der Zustand $|\Psi_2'\rangle$ durch Oberlagerung aller möglichen Zustände, in denen Nukleonen, Antinukleonen und Mesonen vorkommen, aus dem Zustand $|\Psi_1'\rangle$ erzeugt wird. Würde man sich nun von vornherein auf die Betrachtung des durch die Vektoren $|\Psi_1'\rangle$ aufgespannten Modellraum $\mathfrak{H}_1$ beschränken und die Zustände $|\Psi_2'\rangle$ vernachlässigen, so wäre dies gleichbedeutend mit der Tatsache, daß die Wechselwirkung zwischen Mesonen und Nukleonen nicht existiert, d.h. $H_I = 0$. Für eine realistische Beschreibung des Meson-Nukleon-Systems wäre dies jedoch eine falsche Annahme.
Setzt man Gleichung (III.5b) in die erste Gleichung des Systems (III.4) ein, so erhält man:

$$\eta \left\{ H_0 + H_I \frac{1}{E - H_0} \Lambda R \right\} |\Psi_1'\rangle = E \, |\Psi_1'\rangle \qquad \text{(III.7)}$$

Diese Gleichung besagt, daß die Amplituden $|\Psi_1'\rangle$ nur in Zwischenzuständen Mesonen und Antinukleonen enthalten können. Es treten also in $|\Psi_1'\rangle$ keine freien Mesonen auf. Der Gesamtzustand $|\Psi_i\rangle$ des Meson-Nukleon-Systems läßt sich nun aufbauen als Oberlagerung der reinen Nukleon-Zustände und aller im Gesamt-Hilbert-Raum möglichen Zwischenzustände:

$$|\Psi_i\rangle = \left[1 + \frac{1}{E - H_0} \Lambda R \right] |\Psi_1'\rangle \qquad \text{(III.8)}$$

Nimmt man an, daß die Zustände $|\Psi_i\rangle$ als Eigenfunktionen zum Gesamt-Hamilton-Operator orthonormiert sind,

so ergibt sich:

$$\langle \psi_i | \psi_j \rangle = \delta_{ij} = \langle \psi_i' | \psi_j' \rangle + \langle \psi_i' | R^+ \Lambda \frac{1}{E-H_0} \cdot \frac{1}{E-H_0} \Lambda R | \psi_j' \rangle$$

Der zweite Term dieser Gleichung ist nur im Falle verschwindender Wechselwirkung identisch 0. Im allgemeinen sind also die Zustände $|\psi_i'\rangle$ nicht orthonormiert. Sie können somit auch keine Eigenfunktionen zu einem hermitischen Operator sein, d.h. der in Gleichung (III.7) auftretende effektive Hamilton-Operator

$$H_{eff} = \eta \left\{ H_0 + \frac{1}{E-H_0} \Lambda R \right\}$$

ist nicht hermitisch. Diese Eigenschaft ist darauf zurückzuführen, daß die Transformation zwischen der Gesamt-Wellenfunktion $|\psi_i\rangle$ und den projezierten Amplituden $|\psi_i'\rangle$ nicht unitär ist. Wir identifizieren die Zustände $|\psi_i'\rangle$ also nicht als übliche Lösungen einer Schrödinger-Gleichung.

Um zu einer Gleichung für das Meson-Nukleon-System mit einem effektiven hermitischen Hamilton-Operator zu kommen, führen wir nun eine unitäre Transformation ein, die die in (III.4) auftretende hermitische Matrix diagonalisiert und damit das Gleichungssystem entkoppelt.

Den Zusammenhang zwischen dem Gesamtzustand $|\psi_i\rangle$ und den unitär transformierten Amplituden $|\chi_1'\rangle$ und $|\chi_2'\rangle$ schreiben wir als:

$$(\eta + \Lambda) |\psi_i\rangle = \begin{pmatrix} |\psi_1'\rangle \\ |\psi_2'\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |\chi_1'\rangle \\ |\chi_2'\rangle \end{pmatrix}$$

mit

$$U U^+ = U^+ U = 1$$

Explizit ausgeschrieben ergibt sich:

$$|\psi_1'\rangle = u_{11}\,|\chi_1'\rangle + u_{12}\,|\chi_2'\rangle$$

$$|\psi_2'\rangle = u_{21}\,|\chi_1'\rangle + u_{22}\,|\chi_2'\rangle \qquad \text{(III.9)}$$

oder umgekehrt

$$|\chi_1'\rangle = u_{11}^{+}\,|\psi_1'\rangle + u_{21}^{+}\,|\psi_2'\rangle$$

$$|\chi_2'\rangle = u_{12}^{+}\,|\psi_1'\rangle - u_{22}^{+}\,|\psi_2'\rangle \qquad \text{(III.10)}$$

Aufgrund der Struktur der in (III.4) auftretenden Matrixelemente haben auch die Matrixelemente der unitären Matrix u die Struktur:

$$u_{11} = \eta\, u_{11}'\, \eta \qquad ; \qquad u_{12} = \eta\, u_{12}'\, \Lambda$$

$$u_{21} = \Lambda\, u_{21}'\, \eta \qquad ; \qquad u_{22} = \Lambda\, u_{22}'\, \Lambda$$

Man erkennt, daß die Nichtdiagonalelemente von u Übergänge zwischen den Räumen $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ vermitteln. Physikalisch bedeutet dies, daß z.B. u_{21} einen Übergang von einem reinen Nukleonen-Zustand in einen Zustand mit Nukleonen, Antinukleonen und Mesonen beschreibt. Hierbei muß beachtet werden, daß die Erhaltung der Baryonenzahl gewährleistet ist.
Die Matrix u beeinhaltet vier Freiheitsgrade ausgedrückt durch die vier Matrixelemente. Durch die Unitaritätsbedingung werden diese vier Freiheitsgrade auf drei reduziert. Im folgenden werden wir die restlichen drei Freiheitsgrade ausdrücken durch drei neue Operatoren F, S_1 und S_2. Hierbei soll F Übergänge zwischen $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ beschreiben. S_1 und S_2 sind willkürliche und unitäre Operatoren in den entsprechenden Unterräumen, d.h. sie beschreiben unitäre Transformationen innerhalb der Räume $\mathfrak{H}_1$ bzw. $\mathfrak{H}_2$.
Wir wählen für die Nichtdiagonalelemente von u die folgende Form

$$u_{21} = F u_{11} \qquad , \qquad u_{12} = -F^{+} u_{12}$$

Da F Übergänge zwischen $\mathcal{H}_1$ und $\mathcal{H}_2$ beschreibt, hat dieser Operator die Struktur

$$F = \Lambda F' \eta$$

Aus der Unitaritätsbedingung für U erhält man mit der angegebenen Form von u_{21} und u_{12} für die Diagonalelemente

$$u_{11} = (1 + F^+F)^{-\frac{1}{2}} S_1$$

$$u_{22} = (1 + FF^+)^{-\frac{1}{2}} S_2$$

mit

$$S_1^+ S_1 = \eta \quad ; \quad S_2^+ S_2 = \Lambda$$

Wie schon vorher erwähnt, haben die Operatoren S_1 und S_2 in $\mathcal{H}_1$ und $\mathcal{H}_2$ diagonale Struktur:

$$S_1 = \eta S_1' \eta \quad ; \quad S_2 = \Lambda S_2' \Lambda$$

Die Diagonalisierung der in (III.4) auftretenden Matrix liefert eine Bestimmungsgleichung für den Operator F:

$$\Lambda \{ H + [H,F] - FHF \} \eta = 0 \qquad \text{(III.11)}$$

Weiterhin ergeben sich nach der Diagonalisierung folgende unabhängige Gleichungen für die Amplituden $|\chi_1'\rangle$ und $|\chi_2'\rangle$:

$$u_{11}^+ (1+F^+) H (1+F) u_{11} |\chi_1'\rangle = E |\chi_1'\rangle$$

$$u_{22}^+ (1-F) H (1-F^+) u_{22} |\chi_2'\rangle = E |\chi_2'\rangle \qquad \text{(III.12)}$$

Die physikalische Bedeutung der Zustände $|\chi_1'\rangle$ und $|\chi_2'\rangle$ erkennt man durch explizites Einsetzen der Diagonalelemente von U in die Gleichungen (III.1o):

$$|\chi_1'\rangle = S_1^+ (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} (|\chi_1'\rangle + F^+ |\chi_2'\rangle)$$

Betrachten wir ein 2-Nukleonen-System, so können folgende typische Teile von $|\chi_2^{(-)}\rangle$ graphisch veranschaulicht werden:

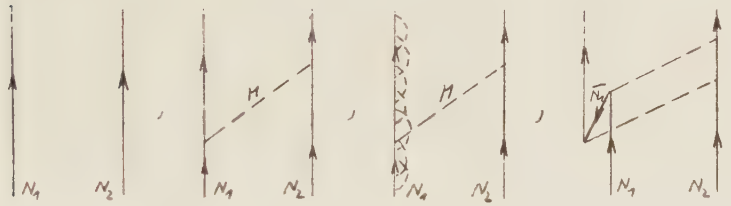


Fig. III.1

Man erkennt, daß Mesonen und Antinukleonen nur virtuell in Zwischenzuständen auftreten können, da der Operator F^+ den Zustand $|\psi_2^{(-)}\rangle$ in einem Zustand des Meson-Antinukleon-Vakuums überführt.
Für $|\chi_2^{(-)}\rangle$ ergibt sich aus (III.10):

$$|\chi_2^{(-)}\rangle = \Omega_2^+ (1+FF^+)^{-\frac{1}{2}} \left(|\psi_2^{(-)}\rangle - F|\psi_1^{(-)}\rangle \right)$$

Typische Terme aus $|\chi_2^{(-)}\rangle$ lassen sich für ein 2-Nukleonen-System graphisch folgendermaßen darstellen:

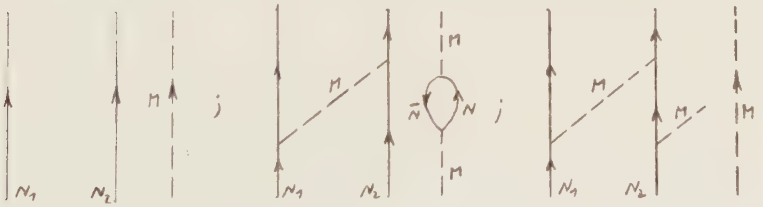


Fig. III.2

Der Zustand $|\chi_2^{(-)}\rangle$ enthält von vornherein mindestens ein freies Meson, da aus dem Zustand $|\psi_1^{(-)}\rangle$ mittels des Operators F eine Amplitude aus $\mathfrak{H}_2$ erzeugt wird.

Im folgenden betrachten wir nur den Grundzustand eines 2-Nukleonen-Systems, z.B. des Deuteron. Hierfür ist lediglich die Amplitude $|\chi_1^c\rangle$ von Bedeutung. Aus den vorhergehenden Oberlegungen geht hervor, daß $|\chi_2^c\rangle$ die Wahrscheinlichkeitsamplitude dafür ist, im Gesamt-Zustand $|\psi_c\rangle$ einen Zustand mit mindestens einem freien Meson zu finden. Die Amplitude $|\chi_2^c\rangle$ liegt also energetisch oberhalb der Schwelle, von der aus reelle Mesonen erzeugt werden. Betrachten wir den Grundzustand des Deuterons, so liegen wir hier energetisch weit unterhalb der Erzeugungsschwelle für reelle Mesonen. Für diesen Fall ist es also realistisch,die Amplitude zu vernachlässigen. Im weiteren werden wir also $|\chi_2^c\rangle = 0$ setzen. Zu bemerken ist noch, daß zur Berechnung der Gesamtenergie des Deuteron-Grundzustandes sowohl die Gleichung für $|\chi_1^c\rangle$ als auch die für $|\chi_2^c\rangle$ herangezogen werden kann.

Wir nehmen weiterhin an, daß es sich bei den Operatoren S_1 und S_2 um Einheitsoperatoren in den Unterräumen $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_2$ handelt:

$$S_1 = \eta \qquad ; \qquad S_2 = \Lambda$$

Damit ergibt sich:

$$|\psi_1^c\rangle = u_{11}|\chi_1^c\rangle = \eta\,(1+F^+F)^{-\frac{1}{2}}\,\eta\,|\chi_1^c\rangle$$

$$|\psi_2^c\rangle = u_{21}|\chi_1^c\rangle = F\,u_{11}|\chi_1^c\rangle = F\,|\psi_1^c\rangle$$

Für den Grundzustand $|\psi_c\rangle$ erhält man also:

$$\begin{aligned} |\psi_c\rangle &= |\psi_1^c\rangle + |\psi_2^c\rangle = (1+F)\,|\psi_1^c\rangle \\ &= (1+F)\,\eta\,(1+F^+F)^{-\frac{1}{2}}\,\eta\,|\chi_1^c\rangle \\ &= (\eta + P(F,F^+))\,|\chi_1^c\rangle \end{aligned} \qquad \text{(III.13)}$$

Unter der Voraussetzung, daß der Gesamtzustand $|\Psi_i\rangle$ orthonormiert ist, folgt für die Zustände $|\chi_\alpha^i\rangle$:

$$\langle \Psi_i | \Psi_j \rangle = \delta_{ij}$$

$$= \langle \chi_\alpha^i | \eta (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} \eta (1+F^+)(1+F) \eta (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} \eta | \chi_\beta^j \rangle$$

$$= \langle \chi_\alpha^i | \chi_\beta^j \rangle$$

Damit sind die Zustände $|\chi_\alpha^i\rangle$ orthonormierte Eigenzustände des effektiven hermitischen Hamilton-Operators

$$H_{eff} = \eta (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} \eta (1+F^+) H (1+F) \eta (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} \eta \qquad \text{(III.14)}$$

Die Eigenwertgleichung für die Zustände $|\chi_\alpha^i\rangle$ lautet mit (III.14):

$$H_{eff} |\chi_\alpha^i\rangle = E |\chi_\alpha^i\rangle \qquad \text{(III.15)}$$

Gleichung (III.14) kann im Rahmen des vorher beschriebenen Projektionsformalismus und der unitären Transformation des Gesamtgrundzustandes $|\Psi_i\rangle$ auf orthonormierte Modellzustände $|\chi_\alpha^i\rangle$ als Vorschrift zur Konstruktion effektiver Operatoren angesehen werden.

2. Das effektive 1-Boson-Austausch-Potential

Die Überlegungen des vorhergehenden Abschnittes sollen nun auf ein 2-Nukleonen-System, wie es das Deuteron darstellt, angewandt werden. Die Wechselwirkung zwischen den beiden Nukleonen soll, wie es die Feldtheorie fordert, durch den Austausch von Mesonen vermittelt werden. Insbesondere wird in diesem Abschnitt im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells das entsprechende 1-Boson-Austausch-Potential (OBEP) als effektiver Operator im Raum der Nukleonen hergeleitet.

Wie wir im Abschnitt III.1 gesehen haben, ist im Rahmen des FST-Formalismus der effektive Hamilton-Operator durch die Gleichung (III.14) gegeben. Teilt man wie in Gleichung (III.2) den feldtheoretischen Hamilton-Operator H für das Gesamtsystem in einen freien Anteil und einen Wechselwirkungsanteil,

$$H = H_0 + H_I \qquad \text{(III.16)}$$

so kann man aus Gleichung (III.14) das folgende effektive Potential entnehmen:

$$V_{eff} = \eta (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} \zeta (1+F^+) H (1+F) \zeta (1+F^+F)^{-\frac{1}{2}} \eta - \zeta H_0 \zeta \qquad \text{(III.17)}$$

Die Struktur des in (III.17) angegebenen Potentials ist in dieser Form ein Operator von äußerst komplizierter Struktur, da mittels der Operatoren F und F^+ Übergänge von einem reinen 2-Nukleonen-Zustand in beliebige Zwischenzustände mit virtuellen Mesonen und Nukleon-Antinukleon Paaranregungen erlaubt sind. Insbesondere enthält V_{eff} solche Zustände, in denen Mesonen am gleichen Nukleon emittiert und absorbiert werden. Graphisch läßt sich solch typischer Zwischenzustand folgendermaßen darstellen:

Fig. III.3

Diese Terme sind in beliebig hoher Ordnung des Mesonaustausches in V_{eff} enthalten. Sie stellen die Massenrenormierungsterme der Nukleonlinien dar. Wird in V_{eff}

also die physikalische Nukleon-Masse eingesetzt, so ist die gesamte Massenrenormierung in V_{eff} berücksichtigt.

Weiterhin enthält V_{eff} die Massenrenormierung der Mesonenlinien, sofern für die Masse des ausgetauschten Meson der physikalische, d.h. der gemessene Wert eingesetzt wird. Ein typischer Zwischenzustand dieser Art läßt sich durch folgendes Bild veranschaulichen:

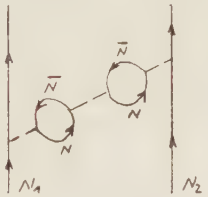


Fig. III.4

Ferner treten in V_{eff} Zwischenzustände der folgenden typischen Form auf:

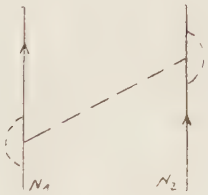


Fig. III.5

Terme der in Fig. III.5 dargestellten Form können als Vertexrenormierungs-Terme der Meson-Nukleon-Vertices aufgefaßt werden. Die Berücksichtigung solcher Terme geschieht im Potential durch die Einführung von Formfaktoren für den Meson-Nukleon-Vertex sowie durch die Verwendung an die Nukleon-Nukleon-Streudaten angepaßter Kopplungskonstanten.

Formfaktoren für den Meson-Nukleon-Vertex tragen der Tatsache Rechnung, daß die Nukleonen nicht als strukturlose, punktförmige Teilchen angenommen werden. Im Gegensatz zu vielen Theorien, die solche Formfaktoren lediglich zu dem Zweck einführen, mathematische Schwierigkeiten mit divergenten Anteilen in Integralgleichungen zu beseitigen /14, 15/, steht im Rahmen der hier vorgestellten Theorie des effektiven Potentials (III.17) dieser Gesichtspunkt nicht im Vordergrund. In dem nach Vorschrift der FST-Methode konstruierten effektiven Potential (III.17) sind Vertexkorrekturen implizit enthalten und somit vom physikalischen Standpunkt her begründet. Damit ist jedoch über die Struktur und Form solcher Vertexkorrekturen keine Aussage getroffen worden.

Da es bis zum heutigen Zeitpunkt keine umfassende Theorie der starken Wechselwirkung gibt, sind die so eingeführten Formfaktoren mehr oder weniger beliebig. Ein häufiger Ansatz für Meson-Nukleon-Formfaktoren hat die Form

$$F(k^2) = \left(\frac{\Lambda^2 - m_\beta^2}{\Lambda^2 + k^2} \right)^n \qquad \text{(III.18)}$$

mit den freien Parametern Λ und n . k ist der Viererimpuls und m_β die physikalische Masse des Mesons. Ein solcher Formfaktor wird durch einen "bubble" am Meson-Nukleon-Vertex gekennzeichnet:

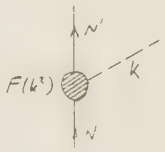


Fig. III.6

Er ist an der Stelle $k^2 = -m_\beta^2$ auf 1 normiert:

$$F(-m_\beta^2) = 1 \qquad \text{(III.19)}$$

Einen fundamentaleren Zugang zum Problem der Meson-Nukleon-Formfaktoren bieten die Untersuchungen von Islam /44/, Woloshin und Jackson /45/. Hier werden verallgemeinerte Leiter-Diagramme mit Vertexkorrekturen in der sogenannten eikonalen Approximation aufsummiert. Dies bedeutet, daß die Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten durch Formfaktoren in Exponentialform ersetzt werden. Diese eikonalen Formfaktoren stellen durch ihren exponentiellen Abfall mit k^2 sicher, daß 1-Boson-Austausch-Amplituden für $|k| \to \infty$ schneller gegen 0 streben als jede Potenz von k .
Nachdem nun alle Anteile des effektiven Potentials (III.17) dargestellt wurden, die auf den Austausch von Mesonen an ein und demselben Nukleon sowie auf die Massenrenormierung der Mesonlinien zurückzuführen sind, wollen wir uns nun der Ableitung des 1-Boson-Austausch-Potentials zuwenden. Während die bisher betrachteten Terme im wesentlichen durch 1-Teilchen-Operatoren beschrieben werden konnten, wird das effektive 1-Boson-Austausch-Potential ein echter 2-Teilchen-Operator sein. Das bedeutet, daß im folgenden immer solche Terme betrachtet werden, bei denen ein Meson beispielsweise am Nukleon 1 emittiert und am Nukleon 2 absorbiert wird oder umgekehrt.
Wie wir vorher gesehen haben, beschreibt der Operator F Übergänge zwischen den Unterräumen der Zustände $|\nu_1\rangle$ und $|\nu_2\rangle$. Im Falle des 1-Boson-Austausches beschreibt F also einen Übergang von einem reinen 2-Nukleonen-Zustand in einen 2-Nukleonen-Zustand mit einem zusätzlichen Meson. Diese Tatsache kann durch die Ordnung der Kopplungskonstante, mit der das Meson an ein Nukleon ankoppelt, ausgedrückt werden. Da beim 1-Boson-Austausch das Meson an einem Nukleon emittiert am anderen absorbiert wird, muß also im effetiven Potential die Meson-Nukleon-Kopplungskonstante in 2. Ordnung auftreten.

Zur Herleitung des effektiven 1-Boson-Austausch-Potentials betrachten wir zunächst den feldtheoretischen Hamilton-Operator (III.16). Hier beschreibt H_I die Meson-Nukleon-Wechselwirkung, in der die entsprechende Kopplungskonstante g in 1. Ordnung auftritt. Wir können also schreiben:

$$H = H_0 + g H_1 \qquad \text{(III. 20)}$$

Ferner betrachten wir eine Entwicklung des Operators F nach der Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten

$$F = g F_1 + g^2 F_2 + g^3 F_3 + \ldots \qquad \text{(III. 21)}$$

Zur Bestimmung des effektiven 1-Boson-Austausch-Potentials bis zur Ordnung g^2 ist es zunächst notwendig, den Operator F bis zu dieser Ordnung der Kopplungskonstanten aus der Gleichung (III. 11) zu berechnen. Hierzu setzen wir (III.10) und (III. 21) in (III. 11) ein und erhalten bis zur Ordnung g^2 :

$$\Lambda \{ H_0 + g H_1 + g [H_0, F_1] + g^2 [H_0, F_2] + g^2 [H_1, F_1] \} \eta = 0 \qquad \text{(III. 22)}$$

Da $\Lambda H_0 \eta = 0$ gilt, erhalten wir damit bis $O(g^2)$ folgende in der entsprechenden Ordnung der Kopplungskonstanten linearen Gleichungen zur Bestimmung der einzelnen Anteile von F:

$$O(g^1): \quad \Lambda H_1 + \Lambda [H_0, F_1] \eta = 0 \qquad \text{(III. 23a)}$$

$$O(g^2): \quad \Lambda H_1 F_1 \eta + \Lambda [H_0, F_2] \eta = 0 \qquad \text{(III. 23b)}$$

In (III. 23b) wurde ausgenutzt, daß aufgrund der Struktur von F gilt:

$$\Lambda [H_1, F_1] \eta = \Lambda H_1 F_1 \eta \qquad \text{(III. 24)}$$

Zu weiteren praktischen Rechnungen entwickeln wir die volle relativistische Energie E des Meson-Nukleon-Systems nach den freien ungestörten Energien E_0. Zu diesem Zwecke werden Matrixelemente der Gleichungen (III. 23a, b) mit den ungestörten Eigenfunktionen $|\psi_0''\rangle$ des freien Hamilton-Operators H_0 gebildet. Hierbei muß beachtet werden, daß die Wechselwirkung H_1 Übergänge zwischen η- und Λ-Zuständen vermittelt und damit die Mesonenzahl ändert. Zunächst bilden wir Matrixelemente von (III. 23a):

$$\langle \psi_0''' | \Lambda \, H_1 + [H_0, F_2] \, \eta | \psi_0'' \rangle = 0 \qquad \text{(III. 25)}$$

$$= \langle \psi_0''' | \Lambda \, H_1 - (E_0'' - H_0) F_2 \, \eta | \psi_0'' \rangle$$

Aufgrund der Vollständigkeit der $|\psi_0\rangle$ können wir damit schreiben:

$$\Lambda \, H_1 - (E_0 - H_0) F_2 \, \eta = 0 \qquad \text{(III. 26)}$$

Damit folgt:

$$F_2 = \frac{\Lambda}{E_0 - H_0} H_1 \eta \qquad \text{(III. 27)}$$

Hierbei stellt E_0 die Summe der freien 1-Teilchen-Energien der Nukleonen des betrachteten Systems dar. Im Falle des 2-Nukleonen-Systems gilt also:

$$E_0 = E_{1,0} + E_{2,0} = \sqrt{\vec{p}_1^{\,2} + m_N^2} + \sqrt{\vec{p}_2^{\,2} + m_N^2} \qquad \text{(III. 28)}$$

Wie man erkennt, ist (III. 27) als ein reiner 1-Teilchen-Operator zu verstehen, so daß wir in bezug auf das 2-Nukleonen-System schreiben können:

$$F_2 = \sum_{i=1}^{2} F_2(i) \qquad \text{(III. 29)}$$

Führt man die gleiche Rechnung für die Gleichung (III. 23b) mit Hilfe von (III. 27) durch, so erhält man für F_2:

$$F_2 = \frac{\Lambda}{E_0 - H_0} H_1 \frac{\Lambda}{E_0 - H_0} H_1 \eta \qquad \text{(III. 30)}$$

Der Operator F_2 enthält in diesem Fall 1- und 2-Teilchen-Anteile. Wir können schreiben:

$$F_2 = \sum_{i \neq j = 1}^{2} F_2(i,j) \qquad \text{(III. 31)}$$

Damit ist der Operator F bis zur Ordnung g^2 im 2-Nukleonen-System gegeben durch:

$$F = g \sum_{i=1}^{2} F_1(i) + g^2 \sum_{i \neq j = 1}^{2} F_2(i,j) \qquad \text{(III. 32)}$$

Mit diesem Operator soll nun das effektive 1-Boson-Austausch-Potential als (III. 17) in 2. Ordnung der Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten bestimmt werden. Zunächst gilt bis zur Ordnung g^2 :

$$\eta \, (1 + F^+F)^{-\frac{1}{2}} \eta = \eta \, (1 - \tfrac{1}{2} g^2 F_1^+ F_1) \eta \qquad \text{(III. 33)}$$

Setzt man (III. 20), (III. 21) und (III. 33) in (III. 17) um, so ergibt sich:

$$V_{eff} = \eta \, (1 - \tfrac{1}{2} g^2 F_1^+ F_1) \eta \, (1 + g F_1 + g^2 F_2 + \dots)$$

$$* \, (H_0 + g H_1)(1 + g F_1 + g^2 F_2 + \dots) \eta \, (1 - \tfrac{1}{2} g^2 F_1^+ F_1) \eta - \eta H_0 \eta \qquad \text{(III. 34)}$$

Multipliziert man diesen Ausdruck aus, so ergibt sich bis zur Ordnung g^2 folgendes effektive Potential:

$$V_{eff} = g^2 \eta \Big[F_1^+ H_1 + H_1 F_1 - \tfrac{1}{2} \{ F_1^+ F_1, H_0 \}_+ + F_1^+ H_0 F_1 \Big] \eta \qquad \text{(III. 35)}$$

Hierbei ist unter $\{A,B\}_+$ der Antikommutator AB + BA zu verstehen. Berücksichtigt man, daß Emission und Absorption von Mesonen an verschiedenen Nukleonen stattfinden, so kann (III. 35) als effektives 1-Boson-Austausch-Potential

geschrieben werden als:

$$V_{eff} = g^2 \sum_{i \neq j=1}^{2} \eta \left[F_1^+(i) H_1(j) + H_1(i) F_1(j) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \left\{ F_1^+(i) F_1(j), H_0 \right\}_+ + F_1^+(i) H_0 F_1(j) \right] \eta \qquad \text{(III. 36)}$$

Um dieses Potential in expliziten Termen der Wechselwirkung H_1 zu bestimmen, betrachten wir wiederum Matrixelemente zwischen Eigenzuständen des ungestörten Hamilton-Operators H_0 . Ferner können wir davon ausgehen, daß für das 1-Boson-Austausch-Potential Energieerhaltung gilt und somit Anfangs- und Endzustand die gleiche Energie $E_0 = E_{1,0} + E_{2,0}$ besitzen. Mit diesen Voraussetzungen ergibt sich für (III. 36):

$$V_{eff} = g^2 \sum_{i \neq j} \eta H_1(i) \frac{\Lambda}{E_0 - H_0} H_1(j) \eta \qquad \text{(III. 37)}$$

Dieses Potential läßt sich diagrammatisch folgendermaßen darstellen:

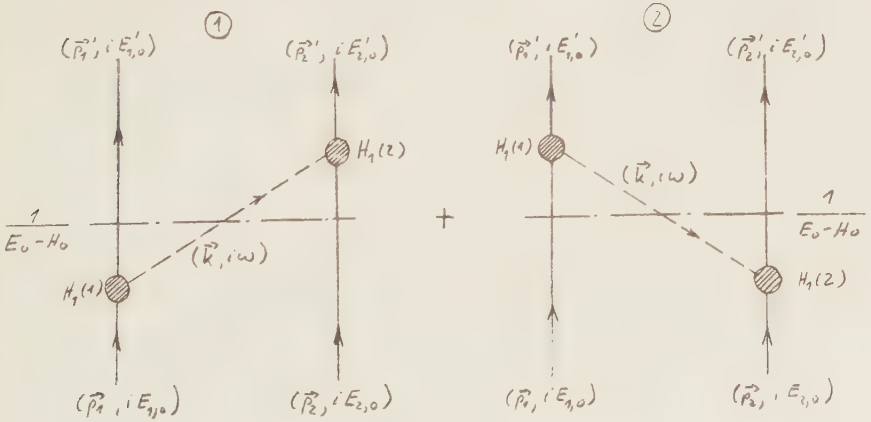


Fig. III. 7

Die Energieerhaltung für den gesamten Prozeß ist gegeben durch:

$$E_{1,0} + E_{2,0} = E_{1,0}' + E_{2,0}' = E_0 \qquad \text{(III. 38)}$$

Wie schon vorher erwähnt, handelt es sich bei den in (III. 37) auftretenden Nukleonen und Mesonen um Teilchen mit renormierter Masse. Außerdem ist in den Wechselwirkungen $H_1(i)$ die Struktur der Nukleonen durch einen Meson-Nukleon-Formfaktor berücksichtigt, was in Fig. III. 7 durch die "bubbles" an den Vertices veranschaulicht werden soll.
Wendet man nun den im Energienenner von (III. 37) auftretenden freien Hamilton-Operator auf den Zwischenzustand $\Lambda = |N_1 N_2 M\rangle\langle N_1 N_2 M|$ an, in dem das ausgetauschte Meson existiert, so ergibt sich:

$$① \quad \frac{1}{E_0 - H_0} = \frac{1}{E_{1,0} - E'_{1,0} - \omega} \qquad \text{(III. 39a)}$$

$$② \quad \frac{1}{E_0 - H_0} = \frac{1}{E_{2,0} - E'_{2,0} - \omega} = - \frac{1}{E_{1,0} - E'_{1,0} + \omega} \qquad \text{(III. 39b)}$$

Damit kann das effektive Potential (III. 37) geschrieben werden als

$$V_{eff} = g^2 \eta H_1 \left\{ \frac{1}{E_{1,0} - E'_{1,0} - \omega} - \frac{1}{E_{1,0} - E'_{1,0} + \omega} \right\} \qquad \text{(III. 40)}$$

Faßt man die Energienenner weiter zusammen, so erhält man

$$\frac{1}{E_{1,0} - E'_{1,0} - \omega} - \frac{1}{E_{1,0} - E'_{1,0} + \omega} = - \frac{2\omega}{\omega^2 - (E_{1,0} - E'_{1,0})^2} \qquad \text{(III. 41)}$$

Da wir die Gesamtenergie des Systems nach den freien Energien der einzelnen Teilchen entwickelt haben, ist die Energie ω des ausgetauschten Mesons gegeben durch:

$$\omega = \sqrt{k^2 + m_\alpha^2} \qquad \text{(III. 42)}$$

Hierbei ist m_α die physikalische Masse des Mesons.

Da der Impuls $\vec{k}$ aufgrund der Impulserhaltung gegeben ist durch

$$\vec{k} = \vec{p}_a' - \vec{p}_a \qquad \text{(III. 43)}$$

kann (III. 41) durch den Vierer-Impuls k des Mesons ausgedrückt werden:

$$-\frac{2\omega}{\omega^2 - (E_{1,2} - E_{1,2}')^2} = -\frac{2\omega}{k^2 + m_\alpha^2} \qquad \text{(III. 44)}$$

Damit kann das Potential (III. 37) geschrieben werden als

$$V_{eff} = -g^2 \eta H_1 \frac{2\omega}{k^2 + m_\alpha^2} H_1 \eta \qquad \text{(III. 45)}$$

Man erkennt, daß der volle relativistische Propagator des ausgetauschten Mesons durch die Summe der in den beiden zeitgeordneten Diagrammen (Fig. III. 7) auftretenden Energienenner reproduziert wird.
Für Vektor-Mesonen ist an dieser Stelle eine Bemerkung angebracht. Der allgemeine Propagator für Vektor-Mesonen hat die Form /37/:

$$\Delta_{\mu\nu} = -\frac{i}{k^2 + m_\alpha^2}\left(\delta_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_\alpha^2}\right) \qquad \text{(III. 46)}$$

Der Term $k_\mu k_\nu / m_\alpha^2$ kann jedoch vernachlässigt werden, da in den weiteren Betrachtungen die Vektor-Mesonen an einen erhaltenen Nukleonen-Strom ankoppeln werden, d.h.

$$\partial_\mu j^{Nukl.}_\mu = 0 \qquad \text{III. 47)}$$

Deshalb wird auch für Vektor-Mesonen der richtige relativistische Propagator durch die Summe der Energienenner

im effektiven Potential reproduziert.
Mit (III. 45) haben wir so ein effektives Nukleon-Nukleon-Potential im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells erhalten. Die Wechselwirkungen H_1 müssen nun aus feldtheoretischen Überlegungen, von denen wir ausgegangen sind, bestimmt werden. Als Darstellungsraum für alle weiteren Betrachtungen wählen wir den Impulsraum. In Impulsdarstellung können wir die Meson-Nukleon-Wechselwirkung zunächst schreiben als:

$$g\, H_1(p_1, p_1') = \frac{i}{\sqrt{2\omega}}\, \bar{u}(\vec{p}_1')\, \mathcal{O}_\alpha\, u(\vec{p}_1) \qquad \text{(III. 48)}$$

wobei die Operatoren $\mathcal{O}_\alpha$ die Vertices der verschiedenen Meson-Nukleon-Wechselwirkungen beschreiben. Der Faktor $\frac{1}{\sqrt{2\omega}}$ stammt von der Normierung des Feldes des ausgetauschten Mesons. Mit der Darstellung (III. 48) können wir das effektive Potential (III. 45) im Impulsraum schreiben als:

$$V_{eff}(p_1, p_2, p_1', p_2') = \sum_\alpha \bar{u}(\vec{p}_2')\, \mathcal{O}_\alpha\, u(\vec{p}_2)\, \frac{1}{k^2 + m_\alpha^2}\, \bar{u}(\vec{p}_1')\, \mathcal{O}_\alpha\, u(\vec{p}_1) \qquad \text{(III. 49)}$$

(III. 49) kann damit als Summe über die Feynman-Amplituden der zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung beitragenden Mesonen verstanden werden. Üblicherweise werden solche Amplituden durch folgendes Feynman-Diagramm dargestellt:

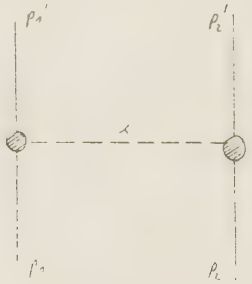


Fig. III. 8

Wie nun aus der Analyse der Nukleon-Nukleon-Streudaten bei niedrigen Energien (bis 350 MeV) bekannt ist, können im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells die wesentlichen Beiträge zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung auf den Austausch von $J^P = 0^+$-, 0^-- und 1^--Mesonen zurückgeführt werden /14, 15/, d.h. auf den Austausch pseudoskalarer, skalarer und Vektormesonen. Der Austausch von Mesonen mit höherem Spin hat wenig Einfluß auf die Niederenergie-Streudaten. Die in den letzten Jahren entwickelten 1-Boson-Austausch-Potentiale berücksichtigen aus diesem Grunde den Austausch von π-, η-, σ-, δ-, ϱ-, ω- und ϕ-Mesonen. Hierbei ist die Existenz der π-, η-, δ-, ϱ-, ω- und ϕ-Mesonen experimentell gut gesichert. Das σ-Meson ist zur Erklärung des intermediären Bereiches der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung eingeführt worden. Es kann als ad hoc-Parametrisierung des nicht-resonanten $2-\pi$-Austausches angesehen werden /46, 47/.

Im folgenden sollen nun die fundamentalen Meson-Nukleon-Wechselwirkungen behandelt werden. Für die Wechselwirkung pseudoskalarer Mesonen werden wir die pseudoskalare γ_5-Kopplung verwenden. Damit erhält man im Impulsraum folgende Vertexfaktoren $\mathcal{O}_\alpha$:

$$\mathcal{O}_\alpha = \begin{cases} -i\, g_{\pi NN}\, F_{\pi NN}(k^2)\, \vec{\tau}^{\,e}\, \gamma_5\,, & \alpha = \pi \\ -i\, g_{\eta NN}\, F_{\eta NN}(k^2)\, \gamma_5\,, & \alpha = \eta \end{cases} \qquad \text{(III. 50)}$$

Die Vertexfaktoren für die Wechselwirkung skalarer Mesonen (σ, δ) mit Nukleonen sind durch das Produkt der Kopplungskonstanten mit dem entsprechenden Formfaktor gegeben:

$$\mathcal{O}_\alpha = g_{\alpha NN}\, F_{\alpha NN}(k^2)\,, \quad \alpha = \sigma, \delta \qquad \text{(III. 51)}$$

Die Vektormesonen ς, ω und ϕ koppeln über folgende Wechselwirkungen an ein Nukleon an:

$$\Gamma_\alpha = \begin{cases} i g_{\varsigma NN} F_{\varsigma NN}(k^2)\, \tau^l \left[\gamma_\mu - \frac{\kappa_v}{2m_N}\sigma_{\mu\nu}k_\nu\right], & \alpha = \varsigma \\ i g_{\alpha NN} F_{\alpha NN}(k^2) \left[\gamma_\mu - \frac{\kappa_s}{2m_N}\sigma_{\mu\nu}k_\nu\right], & \alpha = \omega, \phi \end{cases} \qquad \text{(III. 52)}$$

Hierbei sind γ_5, γ_μ die Dirac'schen γ-Matrizen in der in Anhang A angegebenen Notation und $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$. m_N ist die Masse des Nukleons, κ_s und κ_v sind die anomalen isoskalaren bzw. isovektoriellen magnetischen Momente des Nukleons. τ^l beschreibt jeweils die Isospinankopplung des entsprechenden Mesons an ein Nukleon.

Mit den Wechselwirkungen (III. 50) - (III. 52) läßt sich das Potential (III. 49) für den Austausch der vorher erwähnten Mesonen vollständig bestimmen. Explizite Ausdrücke für dieses Potential findet man in den Arbeiten von Erkelenz, Holinde und Machleidt /14, 15/. Die in dieser Arbeit verwendeten numerischen Werte für die Kopplungskonstanten und Cut-off-Massen werden im Zusammenhang mit der Bestimmung der Deuteron-Wellenfunktion angegeben.

3. Effektive elektromagnetische Operatoren im Rahmen des 1-Boson-Austausches

Mit Hilfe des im vorhergehenden Abschnitt bestimmten effektiven Potentials lassen sich die Zustände $|\chi_i^\nu\rangle$ als Lösung der Schrödinger-Gleichung (III.15) im Raum der Nukleonen bestimmen. Um eine eindeutige Identifikation und Definition von elektromagnetischen Austauschströmen zu gewährleisten, müssen diese Operatoren nun in der gleichen Weise konstruiert werden wie das effektive Potential des vorhergehenden Abschnitts. Hierzu betrachten wir die Wechselwirkung des Meson-Nukleon-Systems mit einem äußeren elektromagnetischen Feld A_μ :

$$H_{em} = J_\mu \cdot A_\mu \qquad \text{(III. 53)}$$

Hierbei stellt J_μ den elektromagnetischen Stromoperator des Meson-Nukleon-Systems dar. Im Raum der Nukleonen erhält man dann mit (III. 14) folgende effektive elektromagnetische Wechselwirkung

$$H_{em}^{eff} = \eta\,(1+F^+F)^{-\frac{1}{2}}\,\eta\,(1+F^+)\,J_\mu \cdot A_\mu\,(1+F)\,\eta\,(1+F^+F)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= [\eta + P^+(F,F^+)]\,J_\mu \cdot A_\mu\,[\eta + P(F,F^+)] \qquad \text{(III. 54)}$$

mit

$$\eta + P(F,F^+) = (1+F)\,\eta\,(1+F^+F)^{-\frac{1}{2}}\,\eta \qquad \text{(III. 55)}$$

Der Operator $P(F,F^+)$ beschreibt alle möglichen Übergänge vom reinen Nukleonen-Modellraum in den Gesamt-Hilbert-Raum des Meson-Nukleon-Systems. Insbesondere beschreibt er Übergänge in Zustände mit Mesonen, Nukleonen und N-$\bar{\text{N}}$-Paaren.

Für die späteren Betrachtungen ist lediglich der effektive elektromagnetische Stromoperator von Bedeutung, den man

durch Funktionalableitung nach dem elektromagnetischen Feld aus (III. 54) erhält:

$$J_{fr}^{eff} = [\eta + P^{+}(F,F^{+})]\, J_{fr}\, [\eta + P(F,F^{+})] \qquad \text{(III. 56)}$$

Wir wenden uns jetzt dem Fall der Wechselwirkung eines 2-Nukleonen-Systems mit einem elektromagnetischen Feld zu. Gemäß dieser Problemstellung und der Tatsache, daß der effektive Stromoperator im Rahmen des 1-Boson-Austausches bestimmt werden soll, entwickeln wir den Operator (III. 55) bis zur ersten Ordnung in $F^{+}F$:

$$\eta + P(F,F^{+}) \approx \eta + F\eta - \tfrac{1}{2}\eta F^{+}F\eta \qquad \text{(III. 57)}$$

Damit ergibt sich folgende Identifikation:

$$P(F,F^{+}) \approx F\eta - \tfrac{1}{2}\eta F^{+}F\eta \qquad \text{(III. 58)}$$

Wie schon vorher erwähnt wurde, läßt sich der Operator F bis zur 2. Ordnung der Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten schreiben als:

$$F = \sum_{i} F_{i} + \sum_{i<j} F_{ij} \qquad \text{(III. 59)}$$

wobei die Indizes angeben, an welchem Nukleon eine Wechselwirkung mit dem ausgetauschten Meson stattfindet. Gemäß (III. 27) und (III. 30) können wir schreiben:

$$F_{i} = \frac{\Lambda}{E_{0} - H_{0}} H_{I}(i)\,\eta \qquad \text{(III. 60)}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{E_{0} - H_{0}} \Lambda H_{I}(i) \frac{1}{E_{0} - H_{0}} \Lambda H_{I}(j)\,\eta \qquad \text{(III. 61)}$$

Damit erhält man bis zur 2. Ordnung der Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten für den Übergangsoperator $P(F,F^{+})$

$$P(F,F^{+}) = \sum_{i} F_{i}\eta + \sum_{i<j} F_{ij}\eta - \tfrac{1}{2}\sum_{i,j}\eta F_{i}^{+}F_{j}\eta \qquad \text{(III. 62)}$$

Es soll nun der in (III. 56) auftretende elektromagnetische Strom J_μ weiter spezifiziert werden. Dieser Strom beinhaltet die Information über die Wechselwirkung des Meson-Nukleon-Systems mit dem elektromagnetischen Feld. Er kann als Summe verschiedener Beiträge zu dieser Wechselwirkung geschrieben werden als:

$$J_\mu = \sum_i \left\{ J_\mu^{N\gamma}(i) + J_\mu^{NN\gamma}(i) \right\} + J_\mu^{NN'\gamma} \qquad \text{(III. 63)}$$

Hierbei beschreibt $J_\mu^{N\gamma}$ die Wechselwirkung eines Photons mit einem Nukleon, Antinukleon oder N-$\bar{\text{N}}$-Paares. Graphisch wird dieser Strom veranschaulicht durch:

Fig. III. 9

N und N' können also sowohl Nukleonen als auch Antinukleonen sein.
Der zweite Beitrag $J_\mu^{NN\gamma}$ beinhaltet Terme, die durch minimale Substitution

$$p_\mu \longrightarrow p_\mu - e A_\mu \qquad \text{(III. 64)}$$

am Meson-Nukleon-Vertex erzeugt wurden sowie alle in sich eichvarianten $NN\gamma$ -Wechselwirkungen. Man bezeichnet solche Terme als Seagull-Strom und stellt sie durch folgendes Diagramm dar:

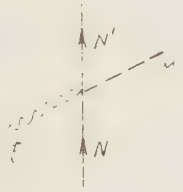


Fig. III. 10

Da im Falle des 1-Boson-Austausches auch geladene Mesonen ausgetauscht werden können, ist es möglich, daß das äußere elektromagnetische Feld mit einem überlaufenden Meson wechselwirkt. Diese Tatsache wird durch den dritten Anteil des elektromagnetischen Stroms (III. 63) beschrieben. Hierbei können M und M' gleiche oder auch verschiedene Mesonen sein, z.B. $\pi\pi\gamma$, $\rho\pi\gamma$ usw. Diagrammatisch wird der Strom $j_\mu^{MM'\gamma}$ dargestellt durch

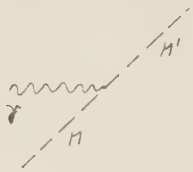


Fig. III. 11

Multipliziert man nun Gleichung (III. 56) aus, so erhält man

$$j_\mu^{eff} = \eta\, j_\mu\, \eta + \rho^+(F,F^+)\, j_\mu\, \eta \qquad \text{(III. 65)}$$
$$+ \eta\, j_\mu\, \rho(F,F^+) + \rho^+(F,F^+)\, j_\mu\, \rho(F,F^+)$$

Der erste Term dieses effektiven Stromoperators beschreibt einen Übergang von einem reinen Nukleonenzustand in einen reinen Nukleonenzustand ohne Erzeugung von Zwischenzuständen, in denen Mesonen und Antinukleonen vorkommen. Dieser Übergang ist nur vermöge des Operators $j_\mu^{NN}(i)$ möglich, wobei das Photon mit einem Nukleon wechselwirkt, d.h. es gilt:

$$\eta\, j_\mu\, \eta = \sum_i \eta\, j_\mu^{NN}(i)\, \eta = j_{\mu,IA}^{eff} \qquad \text{(III. 66)}$$

Man bezeichnet diesen Übergang als Impuls-Näherung (I.A.). Dieser Anteil des effektiven elektromagnetischen Strom-

operators ist ein 1-Teilchen-Operator, dessen Matrixelemente jedoch nicht mit Hilfe von 1-Teilchen-Wellenfunktionen sondern mittels der vollen korrelierten 2-Teilchen-Wellenfunktion $|\chi_A^E\rangle$ berechnet werden. Solche Matrixelemente lassen sich graphisch folgendermaßen veranschaulichen:

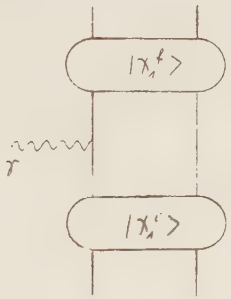


Fig. III. 12

Setzt man in die restlichen 3 Terme von (III. 65) den Ausdruck (III. 62) für $P(F,F^+)$ ein, so ergibt sich eine Summe aus effektiven 1- und 2-Teilchen-Operatoren, wobei die Impulsnäherung natürlich nicht mehr auftritt. Der 1-Teilchen-Anteil dieser drei Terme ist gegeben durch:

$$\mathcal{J}_{\mu,1}^{eff} = \sum_k \eta \Big\{ F_k^+ \mathcal{J}_\mu^{NM\gamma}(k) + \mathcal{J}_\mu^{NM\gamma}(k) F_k$$

$$- F_{kk}^+ \mathcal{J}_\mu^{N\gamma}(k) + \mathcal{J}_\mu^{N\gamma}(k) F_{kk} \qquad \text{(III. 67}$$

$$+ F_{kk}^+ \mathcal{J}_\mu^{MM'\gamma} + \mathcal{J}_\mu^{MM'\gamma} F_{kk} + F_k^+ \mathcal{J}_\mu^{MM'\gamma} F_{\ell}$$

$$+ F_k^+ \mathcal{J}_\mu^{N\gamma}(k) F_k - \tfrac{1}{2} \left[F_k^+ F_k \mathcal{J}_\mu^{N\gamma}(k) + \mathcal{J}_\mu^{N\gamma}(k) F_k^+ F_{\ell} \right] \Big\} \eta$$

Die einzelnen Terme dieses effektiven 1-Teilchen-Operators lassen sich graphisch folgendermaßen veranschaulichen:
Es gilt die Zeitordnung: $t_1 < t_2 < t_3$

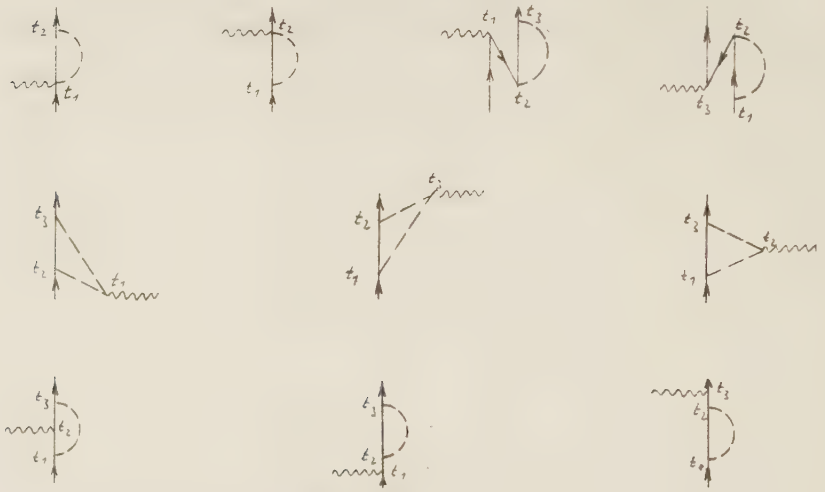


Fig. III. 13

Wie früher schon erwähnt, können solche 1-Teilchen-Terme als Massen- bzw. Vertexrenormierungsterme aufgefaßt werden. Insbesondere werden die Vertexrenormierungsterme des γ - N -Vertex mit Hilfe elektromagnetischer Formfaktoren berücksichtigt. Die nähere Spezifizierung der elektromagnetischen Formfaktoren erfolgt zu einem späteren Zeitpunkt.

Der 2-Teilchen-Anteil des effektiven Stromoperators (III.65) stellt den vollständigen effektiven Austauschstrom der elektromagnetischen Wechselwirkung mit dem Meson-Nukleon-System dar. Er ist gegeben durch:

$$\mathcal{J}^{eff}_{\mu,exch} = \sum_{i<j} \eta \left\{ F_i^+ \mathcal{J}_\mu^{\nu\nu\delta}(j) + \mathcal{J}_\mu^{\nu\nu\delta}(i) F_j \right\} \eta + (i \rightleftarrows j)$$

$$+ \sum_{i<j} \eta \left\{ \mathcal{J}_\mu^{\nu\nu'\gamma} F_{i\gamma} + F_{i\beta}^+ \mathcal{J}_\mu^{\nu\nu'\delta} + F_i^+ \mathcal{J}_\mu^{\nu\nu'\delta} F_{j\gamma} \right\} \eta + (i \rightleftarrows j)$$

$$+ \sum_{i<j} \eta \left\{ \mathcal{J}_\mu^{\nu\delta}(i) \left[F_{ij} + F_{ji} \right] + \left[F_{ij}^+ + F_{ji}^+ \right] \mathcal{J}_\mu^{\nu\delta}(i) \right.$$

$$+ F_i^+ \mathcal{J}_\mu^{\nu\delta}(i) + F_j^+ \mathcal{J}_\mu^{\nu\delta}(i) F_i$$

(III. 68)

$$- \frac{1}{2} \left[F_i^+ F_j + F_j^+ F_i \right] \eta \mathcal{J}_\mu^{\nu\delta}(i)$$

$$\left. - \frac{1}{2} \mathcal{J}_\mu^{\nu\delta}(i) \eta \left[F_i^+ F_j + F_j^+ F_i \right] \right\} + (i \rightleftarrows j)$$

Mit der Zeitordnung $t_1 < t_2 < t_3$ läßt sich der effektive Austauschstrom (III. 68) folgendermaßen graphisch darstellen:

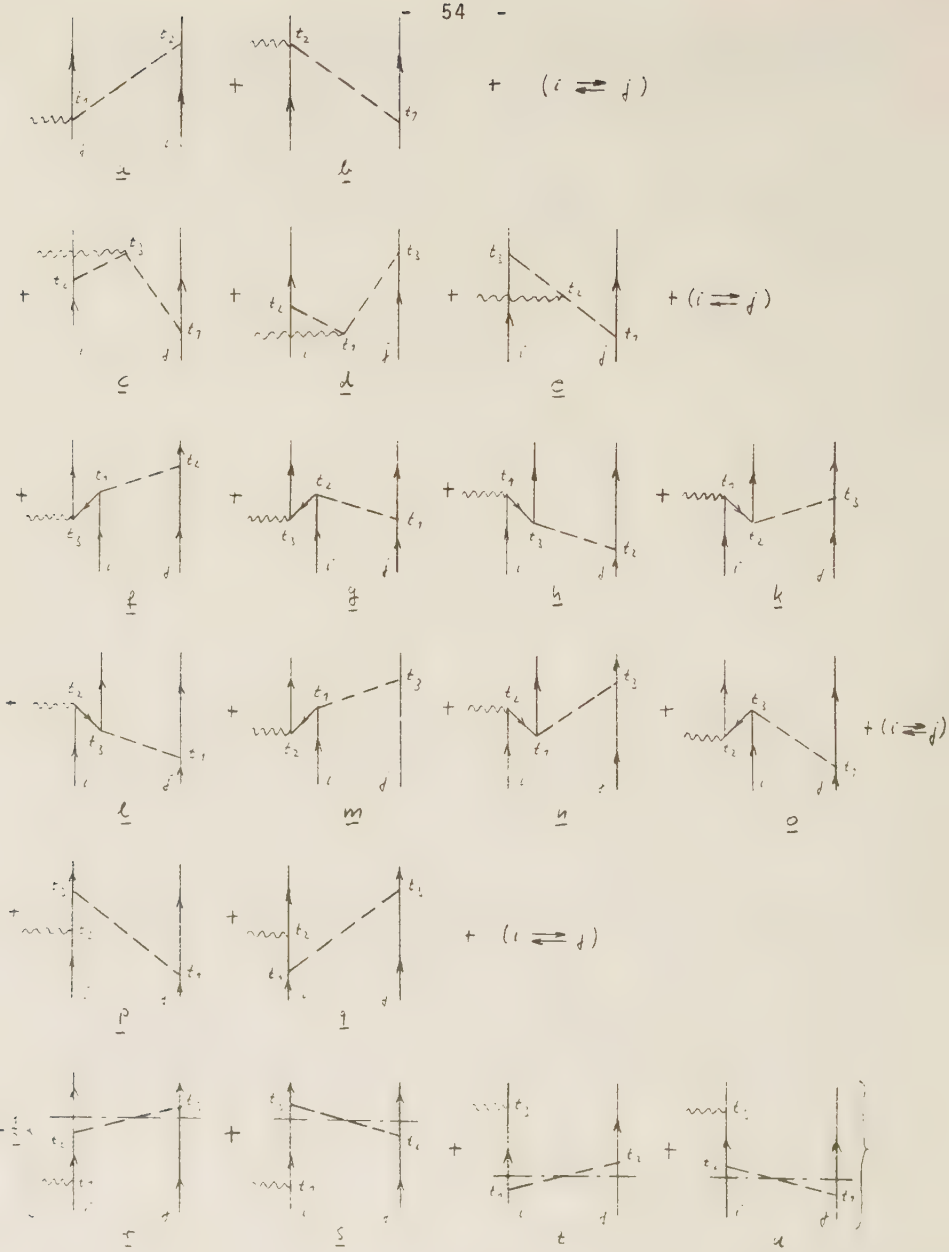


Fig. III.14

Die Diagramme a und b veranschaulichen den Seagull-Strom. Die Graphen c - e beschreiben den mesonischen Strom. f - o stellen den vollständigen N-$\bar{N}$-Paar-Strom dar. Bei den Diagrammen p und q handelt es sich um Recoil-Terme und die Graphen r bis u veranschaulichen die Wellenfunktionsrenormierung. Bei den Diagrammen p - s soll die Strich-Punkt-Linie den Energienenner $\frac{1}{E_0 - H_0}$ für den entsprechenden Meson-Nukleon-Zwischenzustand darstellen.
Mit den Gleichungen (III. 66) und (III. 68) läßt sich der vollständige effektive elektromagnetische Stromoperator des Deuterons schreiben als:

$$\mathcal{J}_\mu^{eff} = \mathcal{J}_{\mu,IA}^{eff} + \mathcal{J}_{\mu,exch}^{eff} \qquad \text{(III. 69)}$$

Im folgenden werden die Ströme $\mathcal{J}_{\mu,IA}^{eff}$ und $\mathcal{J}_{\mu,exch}^{eff}$ näher spezifiziert. Insbesondere brauchen im Falle der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung nur solche Anteile des effektiven Stromoperators betrachtet werden, die isoskalaren Charakter haben, da das Deuteron ein $T=0$ -Zustand ist.

Der isoskalare Anteil der Wechselwirkung des elektromagnetischen Feldes mit einem Nukleon (Fig. III. 9) wird durch folgenden Strom beschrieben:

$$\langle N(p') | \mathcal{J}_\mu^{em} | N(p) \rangle = \frac{1}{2} \bar{u}(\vec{p}') \left\{ F_1^S(q^2) \gamma_\mu - \frac{F_2^S(q^2)}{2 m_N} \sigma_{\mu\nu} (p'-p)_\nu \right\} u(\vec{p}) \qquad \text{(III. 70)}$$

$F_1^S(q^2)$ ist der isoskalare elektrische und $F_2^S(q^2)$ der anomale magnetische Formfaktor eines Nukleons.
Für $q^2 = 0$ gilt folgende Normierung:

$$F_1^S(q^2=0) = 1$$
$$F_2^S(q^2=0) = \kappa_S = 0.12 \qquad \text{(III. 71)}$$

K_s nennt nun das anormale isoskalare magnetische Moment eines Nukleons.
Die Impulsabhängigkeit der Formfaktoren F_1^s und F_2^s kann durch verschiedene Fits analytischer Formen an Streutaten beschrieben werden. Besonders einfach ist die Annahme eines Dipolverhaltens für die Formfaktoren /39/. Betrachtet man folgende Linearkombinationen der Formfaktoren F_1^s und F_2^s:

$$G_E^s = F_1^s - \frac{q^2}{4m_N^2} F_2^s$$
$$G_m^s = F_1^s + F_2^s \qquad \text{(III.72)}$$

so ist der empirische Dipol-Fit definiert durch:

$$G_E^s(q^2) = \frac{G_m^s(q^2)}{1+K_s} = \left(1 + \frac{q^2}{\alpha^2}\right)^{-2} \qquad \text{(III.73)}$$

mit

$$\alpha^2 = 0.71\ GeV^2 \qquad \text{(III.74)}$$

Unter Benutzung dispersionstheoretischer Methoden sind von Iachello, Jackson und Landé /48/ sowie von Blatnik und Zovko /49,5o/ Fits der elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren durchgeführt worden, die ein abweichendes Verhalten vom empirischen Dipol-Fit aufweisen. Insbesondere findet man beim Fit von Iachello, Jackson und Landé Nullstellen der isoskalaren Formfaktoren bei höheren Impulsüberträgen. In dieser Arbeit werden bei den späteren numerischen Rechnungen der empirische Dipol-Fit sowie der Blatnik-Zovko-Fit verwendet.
Mit dem Strom (III.7o) läßt sich die Impulsnäherung (III.66) vollständig beschreiben. Insbesondere ist bei der Berechnung von Matrixelementen dieses Operator im Impulsraum keine Entwicklung nach $\frac{p}{m}$, wie sie bei Ortsraumrechnungen erfolgen muß, notwendig, d.h. man schließt somit die Unsicherheit nicht-relativistischer Näherungen

aus. Das gleiche gilt auch für die Berechnung von Matrixelementen des effektiven Austausch-Operators (III.68) im Impulsraum. Der Bestimmung der einzelnen Anteile dieses Operators wollen wir uns jetzt zuwenden.
Zunächst soll der Seagull-Strom behandelt werden, der durch die Diagramme in Fig. III.14 a-b veranschaulicht wird. Da in dieser Arbeit der π - und η-N- Vertex durch die pseudoskalare γ_5 -Wechselwirkung (III.5o) beschrieben wird, kann im Seagull-Term für den π -bzw. η -Austausch nicht existieren. Auch für die skalare σ -bzw. δ-N-Wechselwirkung (III.51) kann es keinen durch minimale Substitution erzeugten Eichterm geben.
Die minimale Substitution in der Wechselwirkung zwischen Vektormesonen und Nukleonen liefert für die ungeladenen Teilchen ω und ϕ keinen Eichterm. Für das ϱ -Meson hingegen ergibt sich eine Seagull-Wechselwirkung mit isovektoriellem Charakter, die für die Bestimmung von Austauscheffekten am Deuteron irrelevant ist.
Darüber hinaus gibt es keinen Grund, zusätzliche, in sich eichinvariante Terme zu dem effektiven Austauschstrom (III.68) zu addieren. Somit trägt aus den vorher genannten Gründen im Falle des Deuterons kein Seagull-Strom zum effektiven Austausch-Operator bei.
Der 2. Summand in (III.68) beschreibt den mesonischen Anteil des effektiven Austauschstromes. Er ist in den Diagrammen in Fig. III.14 c-e dargestellt. Die Konstruktion der elektromagnetischen mesonischen Ströme $J_f^{\mu\mu'\delta}$ erfolgt in Analogie zur Ankopplung eines elektromagnetischen Feldes an ein Nukleon, deren isoskalarer Anteil aufgrund der Isospininvarianz und der Invarianz der starken Wechselwirkung unter Ladungskonjugation negative G -Parität besitzt. Als G -Parität wird der Eigenwert des Operators

$$G = e^{i\pi T_2} C \qquad \text{(III.74a)}$$

bezeichnet, der eine Spiegelung im Isospinraum beschreibt.

Untersucht man alle Ankopplungen des elektromagnetischen Feldes an ein geladenes Meson mit M=M', z.B. $\pi\pi\gamma, \varrho\varrho\gamma$ usw. so stellt man fest, daß diese Ströme entweder das falsche Verhalten unter Isospintransformation oder die falsche G-Parität aufweisen.
Für den Fall, daß es sich um einen Strom handelt, an dem zwei verschiedene Mesonen beteiligt sind, d.h. $M \neq M'$, sind unter Berücksichtigung von π-, η-, σ-, δ-, ϱ-, ω- und ϕ-Mesonen folgende isoskalaren Ströme mit negativer G-Parität möglich:

$$j_\mu^{\varrho\pi\gamma} \; ; \; j_\mu^{\omega\eta\gamma} \; ; \; j_\mu^{\delta\varrho\gamma} \; ; \; j_\mu^{\phi\eta\gamma} \; ; \; j_\mu^{\omega\sigma\gamma} \; ; \; j_\mu^{\phi\sigma\gamma}$$

Aufgrund der Tatsache, daß es sich beim σ-Meson um ein hypothetisches Teilchen handelt, werden in dieser Arbeit die Ströme, an denen σ-Mesonen beteiligt sind, nicht berücksichtigt. Weiterhin ist der elektromagnetische Zerfall

$$\delta \longrightarrow \varrho + \gamma$$

experimentell nicht bestätigt, so daß auch der Strom in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet wird.
Für die übrigen Ströme $j_\mu^{\varrho\pi\gamma}$; $j_\mu^{\omega\eta\gamma}$ und $j_\mu^{\phi\eta\gamma}$ kann folgende allgemeine Struktur angegeben werden:

$$\langle P^m(p') \mid j_\lambda^{V P \gamma} \mid V_\mu^\ell(p) \rangle =$$

$$= \; -i \; \frac{g_{VP\gamma} F_{VP\gamma}(q^2)}{m_V} \; \varepsilon_{\lambda\nu\sigma\mu} \, p_\nu \, p'_\sigma \, \delta_{m\ell} \qquad \text{(III.75)}$$

Hierbei bezeichnet P^m das pseudoskalare Meson π oder η mit dem Isospinindex m, V_μ^ℓ beschreibt die Vektormesonen ϱ, ω und ϕ mit dem Isospinindex ℓ. $g_{VP\gamma}$ ist die Kopplungskonstante, mit der das elektromagnetische Feld an den VP-Vertex ankoppelt. $F_{VP\gamma}(q^2)$ ist dabei der entsprechende Formfaktor. $\varepsilon_{\lambda\nu\sigma\mu}$ ist der total antisymmetrische Tensor vom Rang 4 mit $\varepsilon_{1234}=1$. Die Impulse sind folgendermaßen zu verstehen:

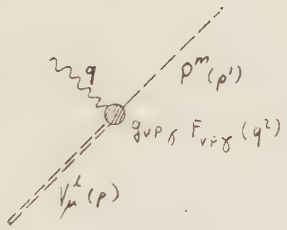


Fig. III.15

Faßt man die Diagramme c - e aus Fig. III.14 zu einem Feynman-Diagramm zusammen,

Fig. III.16

so ergibt sich für den hierdurch dargestellten effektiven mesonischen Austauschstrom mit Hilfe der Wechselwirkungen (III.5o) und (III.52) und der Gleichung (III.68):

$$J_{\nu,\mathrm{eff}}^{mes} = -i \frac{g_{\nu NN} g_{\nu\rho\gamma} g_{\rho NN} F_{\nu\rho\gamma}(q^2) F_{\nu NN}(q^2) F_{\rho NN}(q^2)}{m_\nu (k_1^2 + m_\nu^2)(k_2^2 + m_\rho^2)}$$

$$* \left\{ \begin{matrix} 1 \\ \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \end{matrix} \right\} \varepsilon_{\nu\lambda\sigma\mu} \bar{u}(\vec{p}_2') \left[\gamma_\mu - \frac{\kappa}{2m_N} \sigma_{\mu\alpha} (p_2' - p_1)_\alpha \right] u(\vec{p}_2) \tag{III.76}$$

$$* \bar{u}(\vec{p}_1') \gamma_\sigma u(\vec{p}_1) \quad + (1 \rightleftarrows 2)$$

Die Struktur dieses Stromes im Isospinraum ist $\mathbf{1}$ für ω- und ϕ-Mesonen und $\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$ für das ϱ-Meson. Die Größe K wird im Vektor-Dominanz-Modell /51/ berechnet als:

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_S = -0.12 & , \ \omega, \phi \\ \kappa_V = 3.7 & , \ \varrho \end{cases} \tag{III.77}$$

Zur Abschätzung der zu erwartenden Größenordnung der Beiträge des $\varrho\pi\gamma$ - , $\omega\eta\gamma$ - und $\phi\eta\gamma$ -Stromes betrachten wir die Größe:

$$G_{V P \gamma} = \frac{g_{VNN}\, g_{PNN}\, g_{VP\gamma}\,(1+K)}{m_V^3\, m_P^2} \qquad \text{(III.78)}$$

$(1+K)$ ist das Verhältnis der Tensor- und Vektorankopplung eines Vektormesons an ein Nukleon. Der Faktor (III.78) ist identisch mit dem Produkt der Kopplungskonstanten und den Meson-Propagatoren für $k_1, k_2 \longrightarrow 0$ in (III.76). Für die Kopplungskonstanten g_{VNN} und g_{PNN} sowie für die Massen werden die in /15/ angegebenen Werte verwendet:

$$g_{\pi NN} = 13.45 \quad ; \quad g_{\varrho NN} = 3.11 \quad ; \quad g_{\omega NN} = 17.0$$

$$g_{\eta NN} = 8.68 \quad ; \quad g_{\phi NN} = 7.92 \qquad \text{(III.79)}$$

$$m_\pi = 138\,MeV \quad ; \quad m_\varrho = 763\,MeV \quad ; \quad m_\omega = 782\,MeV$$

$$m_\eta = 548\,MeV \quad , \quad m_\phi = 1020\,MeV$$

Die Kopplungskonstanten $g_{VP\gamma}$ sind Ref. /52/ entnommen:

$$g_{\varrho\pi\gamma} = 0.38$$

$$g_{\omega\eta\gamma} = 0.12 \qquad \text{(III.8o)}$$

$$g_{\phi\eta\gamma} = 0.72$$

Damit ergeben sich folgende Verhältnisse:

$$\frac{G_{\omega\eta\gamma}}{G_{\varrho\pi\gamma}} = 1.3 \cdot 10^{-2} \qquad \text{(III.81)}$$

$$\frac{G_{\phi\eta\gamma}}{G_{\varrho\pi\gamma}} = 1.6 \cdot 10^{-2}$$

Hieran erkennt man, daß unter den Strömen $J_\mu^{\varrho\pi\gamma}$, $J_\mu^{\omega\pi\gamma}$ und $J_\mu^{\varphi\pi\gamma}$ der $\varrho\pi\gamma$-Strom eine dominierende Rolle spielen wird, da die Beiträge der beiden anderen Prozesse nur etwa 1%-2% des $\varrho\pi\gamma$-Stromes ausmachen werden. Auch für $k_1, k_2 \neq 0$ erwarten wir keine wesentliche Änderung in der Größenordnung dieser Beiträge. In der Abschätzung (III.81) sind für κ die Modellwerte (III.77) der Vektor-Dominanz-Hypothese verwendet worden. Wie aus den experimentellen Daten für $(\gamma+\kappa)$ ersichtlich ist /52/, sind die Werte für das ϱ-Meson bis zu 4o% größer und für das ω-Meson bis zu 5o% kleiner. Aufgrund dieser Tatsache ist eine noch dominierendere Rolle des $\varrho\pi\gamma$-Stromes zu erwarten. In den späteren numerischen Rechnungen wird also von den $MM'\gamma$-Strömen nur der $\varrho\pi\gamma$-Prozeß berücksichtigt.

Die übrigen Summanden des effektiven Austauschstromes (III.68) beschreiben den N-$\bar{\text{N}}$-Paar-Strom sowie den Recoil- und Wellenfunktions-Renormierungsstrom. Faßt man in den Diagrammen f - o der Fig. III.14 alle Zeitordnungen zusammen, so erhält man folgende Feynman-Graphen für den N-$\bar{\text{N}}$-Paar-Strom:

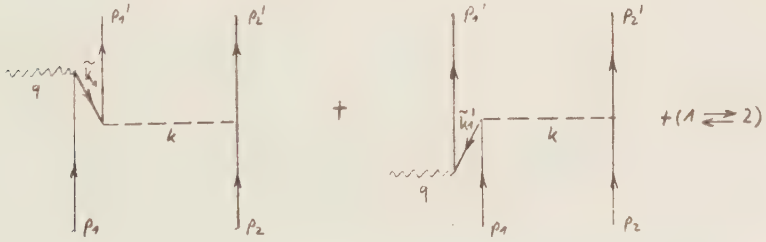


Fig. III.17

Die isoskalaren Anteile dieses Stromes sind für die verschiedenen Mesonentypen gegeben durch:

a) skalare Mesonen

$$\mathcal{J}_{\mu,\mathrm{eff}}^{\mathrm{Paar}} = g_{sNN}^2 \frac{F_{sNN}^2(k^2)}{k^2+m_s^2} T\,\bar{u}(\vec{p}_1')\left\{\frac{\not{J}_\mu^{N\delta}(1)\,\not{P}_-^{(1)}(\tilde{k}_1)}{E_1+\tilde{E}_1}+\right.$$

$$\left.+\frac{\not{P}_-^{(1)}(\tilde{k}_1')\,\not{J}_\mu^{N\delta}(1)}{E_1'+\tilde{E}_1'}\right\}u(\vec{p}_1)\,\bar{u}(\vec{p}_2')\,u(\vec{p}_2)\quad+(1\rightleftharpoons 2) \tag{III. 82}$$

mit

$$s=\sigma,\delta$$

b) pseudoskalare Mesonen

$$\mathcal{J}_{\mu,\mathrm{eff}}^{\mathrm{Paar}} = g_{pNN}^2 \frac{F_{pNN}^2(k^2)}{k^2+m_p^2} T\,\bar{u}(\vec{p}_1')\left\{\frac{\not{J}_\mu^{N\delta}(1)\,\not{P}_-^{(1)}(\tilde{k}_1)\,\gamma_5}{E_1+\tilde{E}_1}\right. \tag{III. 83}$$

$$\left.+\frac{\gamma_5\,\not{P}_-^{(1)}(\tilde{k}_1')\,\not{J}_\mu^{N\delta}(1)}{E_1'+\tilde{E}_1'}\right\}u(\vec{p}_1)\,\bar{u}(\vec{p}_2')\,\gamma_5\,u(\vec{p}_2)$$

$$+(1\rightleftharpoons 2)$$

mit

$$p=\pi,\eta$$

c) Vektormesonen

$$\mathcal{J}_{\mu,\mathrm{eff}}^{\mathrm{Paar}} = g_{vNN}^2 \frac{F_{vNN}^2(k^2)}{k^2+m_v^2} T\,\bar{u}(\vec{p}_1')\left\{\frac{\not{J}_\mu^{N\delta}(1)\,\not{P}_-^{(1)}(\tilde{k}_1)\,W_\lambda}{E_1+\tilde{E}_1}\right.$$

$$\left.+\frac{W_\lambda\,\not{P}_-^{(1)}(\tilde{k}_1')\,\not{J}_\mu^{N\delta}(1)}{E_1'+\tilde{E}_1'}\right\}\bar{u}(\vec{p}_1)\,\bar{u}(\vec{p}_2')\,\gamma_5\,u(\vec{p}_2) \tag{III. 84}$$

$$+(1\rightleftharpoons 2)$$

mit $v=\rho,\omega,\phi$ und

$$W_\lambda = \gamma_\lambda - \frac{\kappa}{2m_N}\sigma_{\lambda\nu}(p'-p)_\nu \tag{III. 85}$$

Der Isospinoperator T hat die Struktur

$$T = \begin{cases} 1 \,, & \text{für isoskalare Mesonen} \\ \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \,, & \text{für isovektorielle Mesonen} \end{cases} \qquad \text{(III. 86)}$$

In den Strömen (III. 82) - (III. 84) stellt $P_-(\vec{k})$ den Projektionsoperator auf negative Energiestände eines Nukleons dar, d.h. eine Projektion auf Antinukleonen. Dieser Projektionsoperator ist definiert als /37/:

$$P_-(\vec{k}) = -\frac{1}{2m_N}(i\gamma_\mu k_\mu + m_N) \qquad \text{(III. 87)}$$

Es soll nun wiederum die zu erwartende Größenordnung dieser verschiedenen Paar-Ströme abgeschätzt werden. Zu diesem Zweck definieren wir als Vergleichsgröße den Quotienten aus der entsprechenden Kopplungskonstante und den Meson-Propagator für $k \to 0$

$$G = \frac{g_{\pi NN}}{m_\pi^2} \qquad \text{(III. 88)}$$

Setzt man diese Größe für den Austausch von π -Mesonen auf den Standardwert 1, so liegen die Beiträge der übrigen Mesonen in der Größenordnung zwischen 1% und 5% des Standards. Lediglich beim σ -Meson ergibt sich eine Größenordnung von etwa 10%. Man erkennt hieran, daß im Falle des Paar-Stromes eine dominierende Rolle des π -Austausches zu erwarten ist. Insbesondere haben Rechnungen von Gari und Hyuga /2/ gezeigt, daß für die elastische Elektron-Deuteron-Streuung die Beiträge des Vektor-Meson-Austausches im Vergleich zum π -Paar-Strom und $\gamma\pi\gamma$ -Term von untergeordneter Bedeutung sind. Auch für $k \neq 0$ kann man davon ausgehen, daß der π -Austausch seine dominierende Rolle nicht verlieren wird. In den numerischen Rechnungen wird aus diesen Gründen nur der π -Paar-Strom betrachtet.

Ähnliche Verhältnisse wie bei den Paar-Termen ergeben sich beim Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungsterm, der durch die Diagramme p - s in Fig. III. 14 dargestellt ist. Auch hier ist aus den vorher angeführten Gründen eine dominierende Rolle des π -Austausches zu erwarten. Deshalb wird im Folgenden nur der vom π -Austausch herrührende Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungsterm betrachtet. Wir spalten diesen Term in zwei Anteile auf, wovon der erste durch die Diagramme p, r und s in Fig. III.14 veranschaulicht wird. Hierfür ergibt sich aus (III. 68):

$$
\begin{aligned}
J_{fi,ecll}^{RWF} &= g_{\bar\pi NN}^2 \, F_{\bar\pi NN}^2(k^2)\, \vec{\tilde\epsilon}_1 \cdot \vec{\tilde\epsilon}_2 \; \frac{1}{4\omega} \\
&\cdot \bar u(\vec p_2') \Big\{ \gamma_5 \, P_+^{(2)}(\vec{\tilde k}_2') \, J_{fi}^{\pi N}(1) \Big\} u(\vec p_1) \; \bar u(\vec p_2') \gamma_5 \, u(\vec p_2) \\
&\cdot \left[\frac{1}{(E_1' - \tilde E_1' - \omega)(E_1' - E_1 - \omega)} - \frac{1}{(E_1 - E_1' - \omega)(\tilde E_1' - E_1' - \omega)} \right] \\
&+ (1 \rightleftharpoons 2)
\end{aligned}
\qquad \text{(III.87)}
$$

Die Notation der Größen ist die gleiche wie beim Paar-Term. Die Energie ω des ausgetauschten Pions ist durch (III.42) gegeben. $P_+(\vec k)$ stellt in (III.87) den Projektor auf positive Energiezustände eines Nukleons dar. Dieser Projektor ist gegeben durch /37/:

$$
P_+(\vec k) = \frac{1}{2m_N} \left(-i \gamma_\mu k_\mu + m_N \right) \qquad \text{(III.88)}
$$

Für den 2. Anteil des Recoil- und Wellenfunktionsnormierungsterms, der durch die Graphen q, t und u in Fig. III.14 veranschaulicht wird, erhält man aus (III.68)

$$
\begin{aligned}
J_{fi,ecll}^{RWF} &= g_{\bar\pi NN}^2 \, F_{\bar\pi NN}^2(k^2)\, \vec{\tilde\epsilon}_1 \cdot \vec{\tilde\epsilon}_2 \; \frac{1}{4\omega} \; \bar u(\vec p_2') \Big\{ J_{fi}^{\pi N}(1) \, P_+^{(2)}(\vec{\tilde k}_2') \gamma_5 \Big\} u(\vec p_1) \\
&\cdot \bar u(\vec p_2') \gamma_5 \, u(\vec p_2) \Big[\frac{1}{(E_1 - E_1' - \omega)(E_1 - \tilde E_1' - \omega)} \\
&- \frac{1}{(E_1' - E_1 - \omega)(\tilde E_1' - E_1 - \omega)} \Big] + (1 \rightleftharpoons 2)
\end{aligned}
\qquad \text{(III.89)}
$$

Auf eine wesentliche Besonderheit sei im Zusammenhang mit dem Recoil- und Wellenfunktionsnormierungsterm noch hingewiesen. Betrachtet man die nicht-relativistische Näherung $E = M_N$ für diesen Strom, so hebt sich der Recoil-Strom exakt gegen die Wellenfunktionsrenormierungsterme weg /42/. Dieses Ergebnis ist unabhängig davon, welchen Impulsübertrag das Photon an das 2-Nukleonen-System abgibt. Im Gegensatz hierzu erhielten Chemtob und Rho /43/ bei ihrer Behandlung des Recoil-Termes eine Aufhebung der Beiträge nur für den Impulsübertrag $q = o$.
Der Grund hierfür ist in der inkorrekten Identifikation der Austauschströme im nukleonischen Raum zu suchen. Die Methode von Chemtob und Rho ist nur dann korrekt, wenn Kern-Zustände mit Hilfe von Gleichung (III.7) bestimmt werden. Die Identifikation solcher Zustände als übliche Lösung einer Schrödinger-Gleichung ist jedoch zweifelhaft.

Mit den in diesem Abschnitt angegebenen 2-Teilchen-Strömen ist im Rahmen des 1-Boson-Austausches der vollständige effektive Austauschstrom bestimmt. Die Herleitung der einzelnen Ströme wird anhand des $\pi\pi'\gamma$ -Stromes exemplarisch im Anhang demonstriert.

IV. Das Eigenwertproblem des Deuterons im Impulsraum

Gegenstand dieses Abschnitts ist die Bestimmung der Deuteron-Wellenfunktion im Impulsraum, wie sie zur Berechnung der in (II.38-39) auftretenden Matrixelemente benötigt wird. Hierzu ist die Lösung der Eigenwertgleichung (III.15) mit dem effektiven 1-Boson-Austausch-Potential (III.49) notwendig. Im allgemeinen wird die Lösung einer solchen Eigenwertgleichung im Schwerpunktssystem des Deuterons mit dem Schwerpunktsimpuls $\vec{P} = 0$ bestimmt, d.h. für ein ruhendes Deuteron. Wie aus den Matrixelementen (II.38-39) hervorgeht, werden zur Berechnung des elektrischen und magnetischen Formfaktors jedoch Wellenfunktionen im Breit-System benötigt. Dies bedeutet, daß die Eigenwertgleichung (III.15) in einem System gelöst werden müßte, das mit $\vec{P} = -\frac{\vec{q}}{2}$ bzw. $\vec{P} = \frac{\vec{q}}{2}$ relativ zum Ruhesystem bewegt. Dies bedeutet weiter, daß die Eigenwertgleichung für jeden Impulsübertrag neu gelöst werden müßte. Relativistische Effekte wie die Lorentz-Kontraktion interner Koordinaten und die Wigner-Rotation des Nukleonenspins spielen bei der Lösung eines solchen Problems eine wesentliche Rolle /1, 31/. Darüber hinaus gibt es die Möglichkeit, eine relativistische Behandlung des Eigenwertproblems des Deuterons auf folgende Weise vorzunehmen: Zum ursprünglichen ${}^3S_1 - {}^3D_1$-Zustand des Deuterons werden ${}^3P_1$- und ${}^1P_1$-Zustände eingeführt, die kein nicht-relativistisches Analogon haben /53/. Diese Zustände repräsentieren die Existenz negativer Energiezustände der Nukleonen innerhalb der Deuteron-Wellenfunktion, respektive die Existenz von Antinukleonen. Da in dem vorher beschriebenen Projektionsformalismus Antinukleonen effektiv in den Austauschoperatoren berücksichtigt werden, ist eine solche Beschreibung des Deuterons im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht angemessen.

Im folgenden soll nun eine im Hinblick auf die Berechnung von Matrixelementen zur Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors adäquate Lösung des Eigenwertproblems beschrieben werden. Die wesentliche Frage in diesem Zusammenhang ist, ob es im Rahmen des vorher beschriebenen Formalismus notwendig und dem vorliegenden Problem angepaßt ist, die Deuteron-Wellenfunktion in einem allgemeinen System - im vorliegenden Fall im Breit-System - zu bestimmen.

1) Allgemeine Betrachtungen

Startpunkt der Beschreibung des Deuterons als Meson-Nukleon-System war die feldtheoretische Gleichung (III.1) mit dem in (III.2) angegebenen Hamilton-Operator. Die in dieser Beschreibung auftretenden Teilchen werden durch einen irreduziblen Darstellungsraum der Poincarê-Gruppe per Konstruktion definiert. Der Gesamtimpuls $\vec{P}$, der Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$, der Hamilton-Operator H und der Boost-Operator $\vec{K}$ als Erzeugender der Lorentz-Transformation bilden die 1o Erzeugenden der Poincarê-Gruppe. Diese Operatoren erfüllen die folgende Lie-Algebra /54/:

$$[J_i, H] = [P_i, H] = [P_i, P_j] = 0 \qquad \text{(IV.1a)}$$

$$[J_i, J_j] = i\varepsilon_{ijk} J_k \qquad \text{(IV.1b)}$$

$$[J_i, P_j] = i\varepsilon_{ijk} P_k \qquad \text{(IV.1c)}$$

$$[J_i, K_j] = i\varepsilon_{ijk} K_k \qquad \text{(IV.1d)}$$

$$[K_i, P_j] = i\delta_{ij} H \qquad \text{(IV.1e)}$$

$$[K_i, K_j] = -i\varepsilon_{ijk} J_k \qquad \text{(IV.1f)}$$

$$[K_i, H] = i P_i \qquad \text{(IV.1g)}$$

Als direkte Konsequenz der Relationen (IV.1e) und (IV.1g) führt eine Wechselwirkung zwischen Mesonen und Nukleonen zur Einführung eines Wechselwirkungsterms im Boost-Operator $\vec{K}$:

$$\vec{K} = \vec{K}_0 + \vec{K}_I \qquad \text{(IV.2)}$$

mit dem freien Boost-Operator des j-ten Teilchens:

$$\vec{K}_0(j) = -\frac{i}{2}\left(\vec{\nabla}_{\vec{p}_j} E_j + E_j \vec{\nabla}_{\vec{p}_j}\right) - \frac{1}{2}\frac{\vec{\sigma}_j \times \vec{p}_j}{E_j + m_N} \qquad \text{(IV.2a)}$$

Aufgrund von (IV.1e) muß gelten:

$$[K_I^i, P_j] = i\delta_{ij} H_I \qquad \text{(IV.3)}$$

(IV.3) besagt, daß $\vec{K}_I$ die gleiche Wirkung wie H_I besitzt, d.h. $\vec{K}_I$ beschreibt analog zu H_I einen Übergang von einem reinen Nukleonenzustand in einen Zustand mit mindestens einem Meson und umgekehrt.

Im Impulsraum kann eine beliebige Komponente von K_I aus der entsprechenden Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_I(x) = \bar{\psi}_N(x)\, \mathcal{O}_\alpha\, \psi_N(x)\, \phi_M(x)$$

für die Wechselwirkung zwischen Mesonen und Nukleonen auf quantenfeldtheoretischer Basis wie folgt bestimmt werden /72/:

$$K_I^\ell = -\int d^3\vec{x}\; x_\ell\, \mathcal{L}_I(x) \qquad \text{(IV.4)}$$

$\bar{\psi}_N(x)$ bzw. $\psi(x)$ sind die Feldoperatoren der Nukleonen im Ortsraum, $\phi_M(x)$ beschreibt das entsprechenden Mesonen-Feld. Die fundamentalen Vertexfaktoren $\mathcal{O}_\alpha$ sind durch (III.5o-52) gegeben. Gleichung (IV.4) stellt sicher, daß (IV.3) erfüllt ist. Für die Emission bzw. Absorption eines Mesons an einem Meson-Nukleon-Vertex ergeben sich folgende Impulsraum-Darstellungen des Operators (IV.4):

$$\langle N(\vec{p}')\, M(\vec{k}') \,|\, K_I^\ell \,|\, N(\vec{p})\rangle = i\frac{\partial}{\partial k_\ell}\frac{i}{\sqrt{2\omega_k}}\, \bar{u}(\vec{p}'=\vec{p}-\vec{k}')\, \mathcal{O}_\alpha\, u(\vec{p}) \qquad \text{(IV.5)}$$

$$\langle N(\vec{p}')\,|\, K_I^\ell \,|\, N(\vec{p})\, M(\vec{k}')\rangle = -i\frac{\partial}{\partial k_\ell}\frac{i}{\sqrt{2\omega_k}}\, \bar{u}(\vec{p}'=\vec{p}+\vec{k}')\, \mathcal{O}_\alpha\, u(\vec{p})$$

(IV.5) besagt, daß die Wirkung des Operators K_I^1 durch die Ableitung des gesamten MN-Vertex nach der entsprechenden Mesonen-Impulskomponente k_ℓ beschrieben wird.

Nach diesen vorbereitenden Bemerkungen werden wir uns jetzt der Frage zu, ob eine Berechnung der Deuteron-Wellenfunktion

in einem bewegten System wie dem Breit-System dem vorliegenden Problem der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells angemessen ist.

Eine Reihe von Arbeiten /55-61/ beschäftigt sich mit dem Problem, dynamische Bedingungen an ein System mit interner Wechselwirkung zu stellen, derart, daß die Forderungen der speziellen Relativitätstheorie erfüllt sind. Der gemeinsame Aspekt in diesen Arbeiten ist die Entwicklung der erzeugenden Operatoren der Lorentz-Transformation und der damit verbundenen Auswirkungen auf den quantenmechanischen Zustand eines Systems nach Potenzen von $(\frac{v}{c})$. Es wird weitgehend dabei eine beliebige Ordnung der internen Wechselwirkung zugelassen. Im folgenden soll eine Entwicklung sowohl der Boost-Operatoren $\vec{K}_0$ und $\vec{K}_I$ als auch der Meson-Nukleon-Wechselwirkung H_I nach Potenzen von $(\frac{v}{c})$ vermieden werden. Jedoch wird eine dem 1-Meson-Austausch adäquate Entwicklung der internen N-N-Wechselwirkung bis zur Ordnung g^2 angenommen, wie es bereits in Abschnitt III. geschehen ist.

Für einen quantenmechanischen Zustand in einem mit dem Impuls $\vec{P}$ bewegten System gilt:

$$|\psi_{\vec{P}}\rangle = U(\vec{a})\,|\psi_0\rangle \qquad \text{(IV.6)}$$

mit der Lorentz-Transformation

$$U(\vec{a}) = e^{i\,\vec{a}\cdot\vec{K}} \qquad \text{(IV.7)}$$

$|\psi_0\rangle$ bezeichnet den im Ruhesystem auftretenden Zustand des Systems. Der Vektor $\vec{a}$ gibt die Richtung der Lorentz-Transformation an und enthält die Transformationsgeschwindigkeit $\vec{v}$. Er ist definiert durch /54/:

$$\vec{a} = a\,\frac{\vec{P}}{|\vec{P}|} = a\,\vec{e}_P \qquad \text{(IV.8)}$$

mit

$$\tanh\alpha = |\vec{v}| = \frac{|\vec{p}|}{E_p} \quad , \quad E_p = \sqrt{\vec{p}^2 + M^2} \tag{IV.9}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \tanh^{-1}\frac{|\vec{p}|}{E_p} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\frac{|\vec{p}|}{E_p}}{1-\frac{|\vec{p}|}{E_p}}$$

Im Breit-System (Gl. II.28-29) ergibt sich damit folgende Transformationsgeschwindigkeit für das Deuteron:

$$|\vec{v}| = \frac{|\vec{q}|}{2E} \quad ; \quad E = \sqrt{\frac{\vec{q}^2}{4} + M_0^2} \tag{IV.1o}$$

Da die Transformation in Richtung des Impulsübertrages, d.h. in z-Richtung, erfolgen soll, können wir im Breit-System schreiben:

$$U\left(\frac{\vec{q}}{2}\right) = e^{i\alpha K} \tag{IV.11}$$

mit

$$K = \vec{K}\cdot\vec{e}_z \quad , \quad \alpha = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\frac{q}{2E}}{1-\frac{q}{2E}} \tag{IV.12}$$

$$U U^+ = U^+ U = 1 \tag{IV.12a}$$

Der Boost-Operator $\vec{K}$ ist durch (IV.2) gegeben, wobei der Wechselwirkungsanteil mittels (IV.5) zu bestimmen ist. Matrixelemente der Ladungsdichte und des Vektorstromes, wie sie zur Berechnung des Coulomb-, Quadrupol- und magnetischen Formfaktors des Deuterons benötigt werden, müssen aufgrund von (II.4o-41) im Breit-System bestimmt werden:

$$M = \langle \psi_{\vec{q}/2} \,|\, \hat{j}_\mu^{em} \,|\, \psi_{-\vec{q}/2} \rangle \tag{IV.13}$$

Hierbei sind $|\psi_{\vec{q}/2}\rangle$ und $|\psi_{-\vec{q}/2}\rangle$ Deuteron-Zustände des vollständigen Hilbert-Raumes im Breit-System wie sie in der Eigenwertgleichung (III.1) auftreten. Wie in Abschnitt III. gezeigt wurde, können diese Zustände mittels einer unitären Transformation

$$\rho = (1+F)\,\eta\,(1+F^{+}F)^{-1/2}\,\eta \qquad \text{(IV.14)}$$

aus Zuständen aufgebaut werden, die nur Nukleonen-Koordinaten enthalten (siehe III.13). Für den Operator (IV.14) gilt:

$$\rho\rho^{+} = \rho^{+}\rho = 1 \qquad \text{(IV.14a)}$$

Der unitäre Operator läßt sich über (III.11) in einem beliebigen Bezugssystem bestimmen. Mit (IV.12a) und (IV.14-14a) können wir also schreiben:

$$\begin{aligned}
\Pi &= \langle \psi_{\vec{q}/2} \,|\, \rho(\vec{q}/2)\,\rho^{+}(\vec{q}/2)\,\hat{j}^{em}_{\mu}\,\rho(-\vec{q}/2)\,\rho^{+}(-\vec{q}/2) \,|\, \psi_{-\vec{q}/2} \rangle \\
&= \langle \psi_{\vec{q}/2} \,|\, U(\vec{q}/2)\,U^{+}(\vec{q}/2)\,\rho(\vec{q}/2)\,\rho^{+}(\vec{q}/2)\,\hat{j}^{em}_{\mu} \\
&\quad \cdot \rho(-\vec{q}/2)\,\rho^{+}(-\vec{q}/2)\,U(-\vec{q}/2)\,U^{+}(-\vec{q}/2) \,|\, \psi_{-\vec{q}/2} \rangle \\
&= \langle \psi_{0} \,|\, U^{+}(\vec{q}/2)\,\rho(\vec{q}/2)\,\rho^{+}(\vec{q}/2)\,\hat{j}^{em}_{\mu} \\
&\quad \cdot \rho(-\vec{q}/2)\,\rho^{+}(-\vec{q}/2)\,U(-\vec{q}/2) \,|\, \psi_{0} \rangle \qquad \text{(IV.15)} \\
&= \langle \psi_{0} \,|\, \rho(0)\,\rho^{+}(0)\,U^{+}(\vec{q}/2)\,\rho(\vec{q}/2)\,\rho^{+}(\vec{q}/2)\,\hat{j}^{em}_{\mu} \\
&\quad \cdot \rho(-\vec{q}/2)\,\rho^{+}(-\vec{q}/2)\,U(-\vec{q}/2)\,\rho(0)\,\rho^{+}(0) \,|\, \psi_{0} \rangle \\
&= \langle \chi_{0} \,|\, \rho^{+}(0)\,U^{+}(\vec{q}/2)\,\rho(\vec{q}/2)\,\hat{j}^{eff}_{\mu}\,\rho^{+}(-\vec{q}/2)\,U(-\vec{q}/2)\,\rho(0) \,|\, \chi_{0} \rangle
\end{aligned}$$

mit den effektiven Lorentz-Transformationen

$$\begin{aligned}
U^{+}_{eff}(\vec{q}/2) &= \rho^{+}(0)\,U^{+}(\vec{q}/2)\,\rho(\vec{q}/2) \qquad \text{(IV.15a)} \\
U_{eff}(-\vec{q}/2) &= \rho^{+}(-\vec{q}/2)\,U(-\vec{q}/2)\,\rho(0)
\end{aligned}$$

und den durch (III.56) definierten effektiven elektromagnetischen Strom. In (IV.15) wurde Gleichung (III.13) explizit ausgenutzt. Um die effektiven Lorentz-Transformationen (IV.15a) weiter zu bestimmen, müssen $\mathcal{U}^+(\vec{P}/2)$ bzw. $\mathcal{U}(-\vec{P}/2)$ (Gl. IV.11) explizit eingesetzt werden. Entwickelt man (IV.11) nach der Transformationsgeschwindigkeit a, so gilt /73/:

$$\mathcal{U}^+(\vec{P}/2) = \ldots\, e^{-\frac{a^2}{2}[K_0, K_I]}\, e^{-ia K_I}\, e^{-ia K_0} = \mathcal{U}(-\vec{P}/2) \qquad \text{(IV.16}$$

Hieraus ist ersichtlich, daß die gesamte Lorentz-Transformation $\mathcal{U}$ in zwei Anteile faktorisiert. Der Operator

$$\mathcal{U}_0^+(\vec{P}/2) = e^{-ia K_0} = \mathcal{U}_0(-\vec{P}/2) \qquad \text{(IV.16a)}$$

beschreibt die durch den freien Boost-Operator K_0 erzeugte Lorentz-Transformation. Hierdurch werden Effekte wie die Lorentz-Kontraktion internen Koordinaten (d.h. im Impulsraum die Transformation der Nukleonenimpulse und -energien) und die Thomas-Präzession des Nukleonen-Spins beschrieben /60/. Der übrige Anteil von (IV.16) enthält den Wechselwirkungsanteil K_I des Boost-Operators, durch den zusätzliche dynamische Effekte in die Berechnung von Matrixelementen induziert werden.

Entwickelt man den Wechselwirkungsanteil von (IV.16) zum einen bis zur Ordnung α^2 - dies ist äquivalent mit der Entwicklung der Schwerpunktsbewegung des Deuterons bis zur Ordnung $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ -, zum anderen bis zur Ordnung g^2 der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante, so kann für (IV.16) geschrieben werden:

$$\mathcal{U}^+(\vec{P}/2) = (1 + \mathcal{U}_I^+(\vec{P}/2))\, \mathcal{U}_0^+(\vec{P}/2) \qquad \text{(IV.17)}$$

mit

$$\mathcal{U}_I^+(\vec{P}/2) = -ia K_I - \frac{a^2}{2}\left(K_I K_I + [K_0, K_I]\right) \qquad \text{(IV.17a)}$$

Mit (IV.17) ergibt sich für das Matrixelement (IV.15):

$$M = \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, P(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, P^+(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle$$

$$+ \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, P(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, P^+(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle$$

$$+ \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, P(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, P^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.18)}$$

$$+ \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, P(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, P^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle$$

$$= M_1 + M_2 + M_3 + M_4$$

Im ersten Summand von (IV.18) tritt nur die durch den freien Boost-Operator U_0 erzeugte Lorentz-Transformation U_0 auf. In Abschnitt III. wurden die in der unitären Transformation P auftretenden Operatoren F durch Entwicklung der Gesamtwellenfunktion nach freien Zuständen bestimmt (siehe Gl. III.25-30). Aus diesem Grunde transformiert sich der Operator P mit der freien Lorentz-Transformation:

$$P(\vec{q}/2) = U_0(\vec{q}/2)\, P(0)\, U_0^+(\vec{q}/2) \qquad \text{(IV.19)}$$

Mit dieser Transformation erhält man für den ersten Summanden von (IV.18)

$$M_1 = \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, P(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, P^+(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle$$

$$= \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, P(\vec{q}/2)\, U_0(\vec{q}/2)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}$$

$$\cdot\, U_0(-\vec{q}/2)\, U_0^+(-\vec{q}/2)\, P^+(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle$$

$$= \langle \chi_0 \mid P^+(0)\, P(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, U_0(-\vec{q}/2)\, P^+(0)\, P(0) \mid \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.20)}$$

$$= \langle \chi_0 \mid U_0^+(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, U_0(-\vec{q}/2) \mid \chi_0 \rangle$$

Wie schon vorher erwähnt, werden durch die Transformation U_0 Effekte wie die Lorentz-Kontraktion interner Koordinaten sowie die Wigner-Rotation des Spins beschrieben. Insbesondere bewirkt also U_0 eine Transformation der einzelnen Nukleonen-Impulse und damit auch der 1-Teilchen-Energien der Nukleonen. Sind die 1-Teilchen-Energien im Breit-System gegeben durch:

$$E_1 = \sqrt{(\vec{p}' - \frac{\vec{q}'}{2})^2 + m_N^2} \quad ; \quad E_2 = \sqrt{(-\vec{p}' - \frac{\vec{q}'}{2})^2 + m_N^2}$$
$$E_1' = \sqrt{(\vec{p}'' + \frac{\vec{q}'}{2})^2 + m_N^2} \quad ; \quad E_2' = \sqrt{(-\vec{p}'' + \frac{\vec{q}'}{2})^2 + m_N^2} \qquad \text{(IV.21)}$$

so werden sie durch eine Lorentz-Transformation, die z.B. in Laborsystem führt, in folgender Form verändert:

$$E_1 \longrightarrow \sqrt{\vec{p}''^2 + m_N^2} \quad ; \quad E_2 \longrightarrow \sqrt{\vec{p}''^2 + m_N^2}$$
$$E_1' \longrightarrow \sqrt{(\vec{p}'' + \frac{\vec{q}'}{2})^2 + m_N^2} \quad ; \quad E_2' \longrightarrow \sqrt{(-\vec{p}'' + \frac{\vec{q}'}{2})^2 + m_N^2} \qquad \text{(IV.21a)}$$

Hierbei stellte $\vec{p}$ bzw. $\vec{p}'$ den Relativimpuls der Nukleonen im 2-Teilchen-System dar, welcher durch die Transformation nicht beeinflußt wurde. Dieser Anteil von U_0 bewirkt also nur eine Veränderung der Schwerpunktsbewegung des 2-Nukleonen-Systems. In der späteren numerischen Berechnung der Matrixelemente des effektiven elektromagnetischen Stromoperators - insbesondere der Ladungsdichte - wird untersucht, welchen Einfluß die Approximation $E = m_N$ auf die Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors hat. Diese Approximation stellt eine äußerst drastische Näherung dar, da sie die in den 1-Teilchen-Energien (IV.21-21a) auftretenden Impulse generell vernachlässigt. Es stellt sich heraus, daß der Einfluß dieser Näherung auf die Bestimmung des Coulomb- und Quadrupolformfaktors des Deuterons sehr gering ist. Sogar für hohe Impulsüberträge liegen die Abweichungen zwischen der Näherung $E = m_N$ und der Rechnung mit den Energien (IV.21) im Rahmen der experimentellen Genauigkeit. Im Hinblick darauf kann angenommen werden, daß eine Transformation der Nukleonen-Impulse und -Energien durch U_0 einen sehr viel geringenen Einfluß bei der Berechnung des Matrixelementes

(IV.2o) hat. Der Unterschied zwischen der Approximation $E = m_N$ und der Rechnung mit $E \neq m_N$ stellt in dem vorher beschriebenen Sinne eine obere Grenze für den Einfluß der Lorentz-Transformation U_0 auf die Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors dar.

Darüber hinaus wird in der späteren numerischen Rechnung untersucht, welchen Einfluß eine Gleichverteilung des Impulsübertrages auf die Nukleonen des 2-Teilchen-Systems im Anfangs- und Endzustand hat. Hier stellt sich heraus, daß die Ergebnisse sich von der Approximation $E = m_N$ nur um wenige Prozent unterscheiden. Insbesondere ergeben sich beim $g\pi\gamma$ -Term bei Gleichverteilung des Impulsübertrages identisch die gleichen Ergebnisse wie für die Näherung $E = m_N$.

Aufgrund dieser Tatsachen läßt sich das Matrixelement (IV.2o) in sehr guter Approximation schreiben als:

$$M_\mu = \langle \chi_0 | U_0^+(\vec{q}/2)\, \hat{j}_\mu^{eff}\, U_0(-\vec{q}/2) | \chi_0 \rangle \approx \langle \chi_0 | \hat{j}_\mu^{eff} | \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.22)}$$

Wir wenden uns jetzt den restlichen drei Termen von (IV.18) zu, in denen der Wechselwirkungsanteil der Lorentz-Transformation auftritt. Wie aus (IV.17a) zu ersehen ist, ist dieser Anteil mindestens von der Ordnung g der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante. Ferner ist in Abschnitt III. gezeigt worden, daß der effektive elektromagnetische Stromoperator in 2 Anteile aufgespalten werden kann (Gl.III.69), wovon der eine die Impulsnäherung, der andere die mesonischen Austauscheffekte beschreibt. Während der Strom der Impulsnäherung von der Ordnung g^0 der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante ist, ist der Austausch-Strom im Rahmen des 1-Boson-Austausches von der Ordnung g^2. Dies bedeutet, daß von den übrigen 3 Termen von (IV.18) bis zur Ordnung g^2 lediglich der Strom der Impulsnäherung beiträgt, da der effektive Austauschstrom aufgrund der Transformation U_I zu Effekten höherer Ordnung in der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante führen würde. Damit können die übrigen 3 Terme

von (IV.18) geschrieben werden als:

$$M_2 = \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_I(\vec{q}/2)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, \rho(\vec{q}/2)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, \rho(0) | \chi_0 \rangle$$

$$M_3 = \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, \rho(\vec{q}/2)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta \qquad \text{(IV.23)}$$

$$\cdot\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, \rho(0) | \chi_0 \rangle$$

$$M_4 = \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, U_0(\vec{q}/2)\, \rho(\vec{q}/2)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2)\, \rho(0) | \chi_0 \rangle$$

Hierbei ist unter $\eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta$ der 1-Teilchen-Anteil des effektiven Stromoperators (III.69) zu verstehen. Wendet man wiederum die freie Lorentz-Transformation U_0 in der Form (IV.19) auf die in (IV.23) auftretenden Operatoren $\rho(\vec{q}/2)$ bzw. $\rho^+(-\vec{q}/2)$ an, so ergibt sich:

$$M_2 = \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, \rho(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, U_0(-\vec{q}/2) | \chi_0 \rangle$$

$$M_3 = \langle \chi_0 | U_0^+(\vec{q}/2)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, \rho(-\vec{q}/2) \qquad \text{(IV.23a)}$$

$$\cdot\, U_0(-\vec{q}/2) | \chi_0 \rangle$$

$$M_4 = \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, \rho(0)\, U_0^+(\vec{q}/2)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, \rho(-\vec{q}/2)\, U_0(-\vec{q}/2) | \chi_0 \rangle$$

Wie bei der Diskussion des Matrixelementes M_1 gezeigt wurde, ist der Einfluß der freien Lorentz-Transformation U_0 bei der Berechnung des elektrischen Deuteron-Formfaktors äußerst gering. Matrixelemente der Form M_1 (Gl. IV.22) ließen sich sehr gut durch $U_0 \approx 1$ approximieren. Aus diesem Grunde ist auch für (IV.23a) zu erwarten, daß $U_0 = 1$ eine sehr gute Approximation darstellt:

$$M_2 \approx \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, \rho(0)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta | \chi_0 \rangle$$

$$M_3 \approx \langle \chi_0 | \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, \rho(-\vec{q}/2) | \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.24)}$$

$$M_4 \approx \langle \chi_0 | \rho^+(0)\, U_I^+(\vec{q}/2)\, \rho(0)\, \eta\, \hat{j}_\mu^{N\delta}\, \eta\, \rho^+(-\vec{q}/2)\, U_I(-\vec{q}/2)\, \rho(-\vec{q}/2) | \chi_0 \rangle$$

Hierbei tritt der unitäre Operator P in verschiedenen Bezugssystemen auf, d.h. die in P enthaltenen Operatoren F sind in verschiedenen Bezugssystemen zu bestimmen. Der wesentliche Effekt in diesem Zusammenhang betrifft die in den Energienennern von F auftretenden 1-Teilchen-Energien (Gl. III.27). Wie aus der vorhergehenden Diskussion hervorgeht, zeigt sich in der späteren numerischen Rechnung, daß die Ergebnisse für den elektrischen Formfaktor des Deuterons bei Vernachlässigung der in den 1-Teilchen-Energien auftretenden Impulse sich nicht wesentlich von denjenigen unterscheiden, die mit $E \neq m_N$ berechnet wurden. Die Abweichungen liegen im Rahmen der bis heute erzielten experimentellen Genauigkeit. Aus diesem Grunde kann auch hier angenommen werden, daß die Verwendung der unitären Transformation in verschiedenen Bezugssystemen keinen wesentlichen Einfluß auf die Bestimmung der Matrixelemente (IV.24) hat. Bis zur Ordnung g^2 der Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten ist der unitäre Operator P durch (III.57) gegeben:

$$P = \eta + F\eta - \tfrac{1}{2}\eta F^+ F \eta$$

$$P^+ = \eta + \eta F^+ - \tfrac{1}{2}\eta F^+ F \eta \qquad \text{(IV.25)}$$

Damit und mit (IV.17a) ergibt sich für die Matrixelemente (IV.24) bis zur Ordnung g^2 der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante:

$$M_2 = -ia \langle \chi_0 | \eta \left(H_I F + F^+ H_I \right) \eta \hat{j}_r^{N\gamma} \eta | \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.26)}$$

$$- \tfrac{a^2}{2} \langle \chi_0 | \eta \left\{ H_I H_I + (H_0 H_I - H_I H_0) F + F^+ (H_0 H_I - H_I H_0) \right\} \eta \hat{j}_r^{N\gamma} \eta | \chi_0 \rangle$$

$$M_3 = -ia \langle \chi_0 | \eta \hat{j}_r^{N\gamma} \eta \left(H_I F + F^+ H_I \right) \eta | \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.26a)}$$

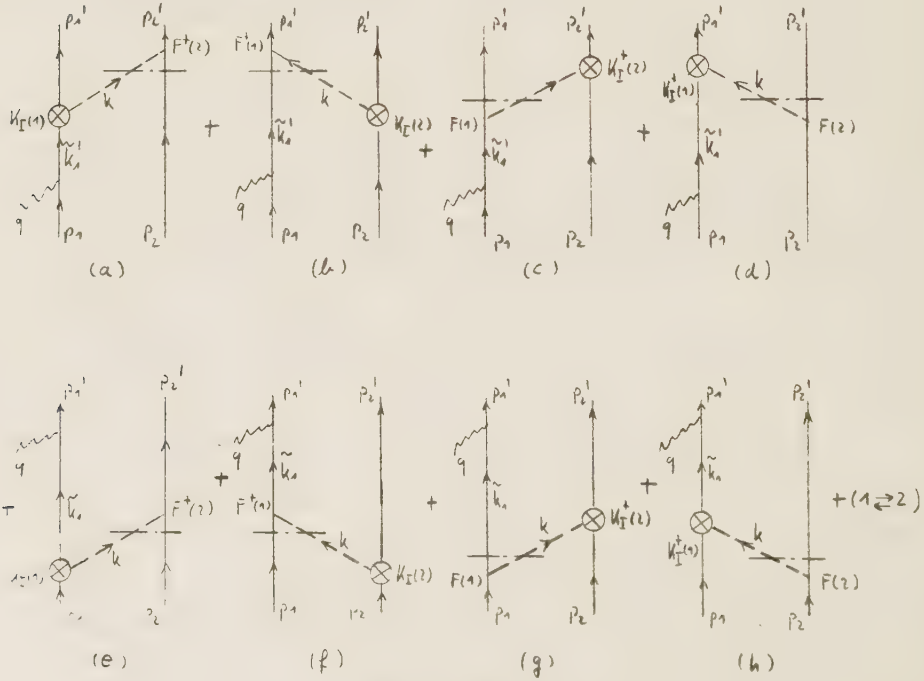
$$- \tfrac{a^2}{2} \langle \chi_0 | \eta \hat{j}_r^{N\gamma} \eta \left\{ H_I H_I + (H_0 H_I - H_I H_0) F + F^+ (H_0 H_I - H_I H_0) \right\} \eta | \chi_0 \rangle$$

Das Matrixelement M_4 in (IV.24) ist von höherer Ordnung in der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante.
Auf der Grundlage der vorhergehenden Überlegungen können die Effekte, die durch den freien Boost-Operator K_0 hervorgerufen werden, vernachlässigt werden. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich aus den Matrixelementen (IV.26) und (IV.26a) folgender zusätzlicher effektiver Austausch-Stromoperator:

$$\hat{J}_r^2 = -ia \sum_{i<j} \left\{ \left(K_I(i) F(j) + K_I^+(j) F(i) + F^+(i) K_I(j) + F^+(j) K_I(i) \right), \hat{j}_r^{NR}(i) \right\}_+ \qquad \text{(IV.27)}$$

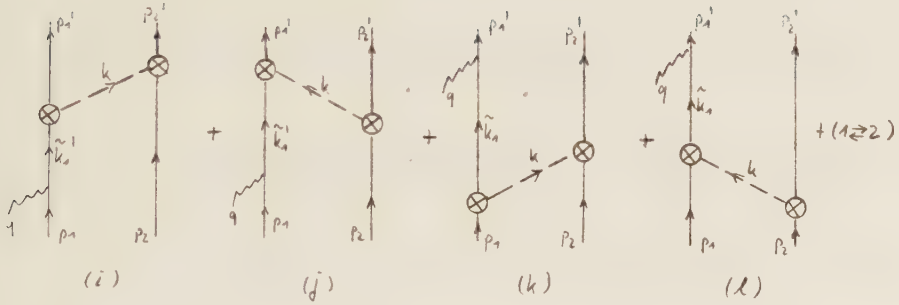
$$- \frac{a^2}{2} \sum_{i<j} \left\{ \left(K_I^+(i) K_I(j) + K_I^+(j) K_I(i) \right), \hat{j}_r^{NR}(i) \right\}_+ \quad + \quad (i \rightleftarrows j)$$

Hierbei ist mit $\{A, B\}_+$ der Antikommutator AB+BA gemeint.
Der Operator(IV.27)läßt sich für ein 2-Teilchen-System folgendermaßen darstellen:
a) Term ~ a:



(Figur IV.1)

b) Term $\sim a^2$:



(Figur IV.2)

All diese Terme haben die Struktur von Wellenfunktions-renormierungstermen (WFR). Wie im vorhergehenden Abschnitt erläutert wurde, ist im Falle solcher Terme eine dominierende Rolle des π -Austausches zu erwarten. Aus diesem Grunde werden wir uns bei der Abschätzung der zu erwartenden Größenordnung der Beiträge des Stromes (IV.27) auf den π -Austausch beschränken.
Mit Hilfe von (III.5o), (III.6o) und (IV.5) läßt sich die Impulsdarstellung des in (Fig. IV.1-2) dargestellten Austauschstromes berechnen.
Für den in den Diagrammen (a)-(d) dargestellten Strom ergibt sich:

$$\langle p_1' p_2' \,/\, \hat{j}_\mu^{(a)-(d)} \,/\, p_1 p_2 \rangle =$$

$$= \alpha\, g_{\pi NN}^2\, \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \left\{ \left[\frac{1}{E_1' - E_2' - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \bar{u}(\hat{\vec{p}}_1' - \vec{k}) \gamma_5 P_+(\hat{\vec{p}}_1') \hat{j}_\mu^{\pi N}(1) u(\vec{p}_1') \right) \right.\right.$$

$$\left. - \frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \bar{u}(\hat{\vec{p}}_2' + \vec{k}) \gamma_5 P_+(\hat{\vec{p}}_2') \hat{j}_\mu^{\pi N}(1) u(\vec{p}_2') \right) \right] \bar{u}(\vec{p}_2'') \gamma_5 u(\vec{p}_2')$$

$$+ \bar{u}(\vec{p}_1'') \gamma_5 P_+(\hat{\vec{p}}_1') \hat{j}_\mu^{\pi N}(1) u(\vec{p}_1') \left[\frac{1}{E_1' - \hat{E}_1' - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \bar{u}(\vec{p}_2' - \vec{k}) \gamma_5 u(\vec{p}_2') \right) \right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{\hat{E}_1' - E_2' - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \bar{u}(\vec{p}_2 + \vec{k}) \gamma_5 u(\vec{p}_2') \right) \right] \right\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

(IV.28a)

Die Impulsdarstellung des in den Diagrammen (e)-(h) dargestellten Stroms ist gegeben durch:

$$\langle p_1' p_2' \,/\, \hat{j}_\mu^{(e)-(h)} \,/\, p_1 p_2 \rangle =$$

$$= \alpha\, g_{\pi NN}^2\, \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2\, \frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \Bigg\{ \Bigg[\frac{1}{E_1' - E_1 - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \Big(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}}\, \bar{u}(\vec{p}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, P_+(\hat{\vec{k}}_1)\, \gamma_5\, u(\hat{\vec{k}}_1 + \vec{k}) \Big)$$

$$- \frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \Big(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}}\, \bar{u}(\vec{p}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, P_+(\hat{\vec{k}}_2)\, \gamma_5\, u(\hat{\vec{k}}_2 - \vec{k}) \Big) \Bigg] \bar{u}(\vec{p}_2')\, \gamma_5\, u(\vec{p}_2)$$

$$+ \bar{u}(\vec{p}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, P_+(\hat{\vec{k}}_1)\, \gamma_5\, u(\vec{p}_2) \Bigg[\frac{1}{E_2 - E_2 - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \Big(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}}\, \bar{u}(\vec{p}_2' - \vec{k})\, \gamma_5\, u(\vec{p}_2) \Big)$$

$$- \frac{1}{E_1 - E_1 - \omega_k} \frac{\partial}{\partial k} \Big(\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}}\, \bar{u}(\vec{p}_2' + \vec{k})\, \gamma_5\, u(\vec{p}_2) \Big) \Bigg] \Bigg\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

(IV.28b)

Wie im Falle des RC+WFR-Stromes stellt $P_+(\vec{k})$ den Projektor auf positive Energiezustände eines Nukleons dar, der durch (III.88) gegeben ist. Die Energie ω_k des ausgetauschten π-Mesons ist durch (III.42) gegeben.

Für die Impulsdarstellung des in den Diagrammen (i)-(l) dargestellten Stromes erhält man:

$$\langle p_1' p_2' \,/\, \hat{j}_\mu^{(i)-(l)} \,/\, p_1 p_2 \rangle =$$

$$= -\alpha^2\, g_{\pi NN}^2\, \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \Bigg\{ \frac{\partial}{\partial k} \Bigg[\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \Big(\bar{u}(\hat{\vec{k}}_1' - \vec{k})\, \gamma_5\, P_+(\hat{\vec{k}}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, u(\vec{p}_1')$$

$$+ \bar{u}(\hat{\vec{k}}_1' + \vec{k})\, \gamma_5\, P_+(\hat{\vec{k}}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, u(\vec{p}_1') + \bar{u}(\vec{p}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, P_+(\hat{\vec{k}}_1)\, \gamma_5\, u(\hat{\vec{k}}_1 + \vec{k})$$

$$+ \bar{u}(\vec{p}_1')\, \hat{j}_\mu^{N\pi^0(1)}\, P_+(\hat{\vec{k}}_2)\, \gamma_5\, u(\hat{\vec{k}}_2 - \vec{k}) \Big) \Bigg] \Bigg\} \cdot$$

$$\cdot \Bigg\{ \frac{\partial}{\partial k} \Bigg[\frac{F_{\pi NN}(k^2)}{\sqrt{2\omega_k}} \Big(\bar{u}(\vec{p}_2' + \vec{k})\, \gamma_5\, u(\vec{p}_2') + \bar{u}(\vec{p}_2' - \vec{k})\, \gamma_5\, u(\vec{p}_2') \Big) \Bigg] \Bigg\}$$

$$+ (1 \rightleftarrows 2)$$

(IV.28c)

Die Ableitung des in den Strömen (IV.28a-28c) enthaltenen πNN-Formfaktors nach dem Mesonimpuls liefert Terme, die infolge der auftretenden Cut-off-Masse für das Pion (1 GeV - 1,5 GeV) äußerst stark unterdrückt sind. Die hierdurch entstehenden Terme würden also bei der Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors eine sehr untergeordnete Rolle spielen.

Im folgenden soll nun die Größenordnung der durch die Ableitung der Mesonenergie ω_k nach dem Mesonenimpuls entstehenden Terme durch Vergleich mit dem RC+WFR-Strom (III.87) abgeschätzt werden. Zunächst ergeben sich durch die Ableitung der Mesonenenergie aus (IV.28a+28c) die folgenden Impulsdarstellungen:

$$\langle p_1' p_2' | \hat{j}_r^{\,\prime(a)-(d)} | p_1 p_2 \rangle =$$

$$= - g_{\pi NN}^2 \, F_{\pi NN}^2(k^2) \, \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \cdot a \frac{k}{4\omega_k^3} \Big\{ \bar{u}(\vec{p}_1{}') \gamma_5 P_+(\hat{\vec{k}}_1{}') \hat{j}_r^{\,N\gamma(1)} u(\vec{p}_1)$$

$$\cdot \left(\frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_k} - \frac{1}{E_2' - E_2 - \omega_k} \right) \bar{u}(\vec{p}_2{}') \gamma_5 u(\vec{p}_2)$$

$$+ \bar{u}(\vec{p}_1{}') \gamma_5 P_+(\hat{\vec{k}}_1{}') \hat{j}_r^{\,N\gamma(1)} u(\vec{p}_1) \left(\frac{1}{E_1' - \tilde{E}_1' - \omega_k} - \frac{1}{\tilde{E}_1' - E_1' - \omega_k} \right)$$

$$\cdot \bar{u}(\vec{p}_2{}') \gamma_5 u(\vec{p}_2) \quad + (1 \rightleftarrows 2) \Big\}$$

(IV.29a)

Ein entsprechender Ausdruck ergibt sich aus (IV.28b). Aus (IV.28c) ergibt sich:

$$\langle p_1' p_2' | \hat{j}_r^{\,\prime(c)-(e)} | p_1 p_2 \rangle =$$

$$= - g_{\pi NN}^2 \, F_{\pi NN}^2(k^2) \, \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \; a^2 \frac{k^2}{2\omega_k^5} \Big\{ \bar{u}(\vec{p}_1{}') \gamma_5 P_+(\hat{\vec{k}}_1{}') \hat{j}_r^{\,N\gamma(1)} u(\vec{p}_1)$$

$$+ \bar{u}(\vec{p}_1{}') \hat{j}_r^{\,N\gamma(1)} P_+(\hat{\vec{k}}_1) \gamma_5 u(\vec{p}_1) \Big\} \bar{u}(\vec{p}_2{}') \gamma_5 u(\vec{p}_2) + (1 \rightleftarrows 2)$$

(IV.29b)

Da die Tensorstruktur der Operatoren (IV.29a) und (IV.29b) der Struktur des RC+WFR-Stromes (III.87) äquivalent ist, können folgende Ausdrücke aus (IV.29a) und (IV.29b) als Vergleichsgrößen für einen Vergleich mit dem RC+WFR-Strom herangezogen werden:

$$\beta_1 = \left| a \frac{k}{4\omega_k^3} \left(\frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_k} - \frac{1}{E_2' - E_2 - \omega_k} \right) \right| \qquad \text{(IV.30a)}$$

$$= \left| a \frac{k}{2\omega_k^4} \frac{x}{1-x^2} \right|$$

$$\beta_2 = \left| a \frac{k}{4\omega_k^3} \left(\frac{1}{E_1' - \hat{E}_1' - \omega_k} - \frac{1}{\hat{E}_1' - E_1' - \omega_k} \right) \right| \qquad \text{(IV.30b)}$$

$$= \left| a \frac{k}{2\omega_k^4} \frac{y}{1-y^2} \right|$$

$$\beta_3 = \frac{a^2}{2} \frac{k^2}{\omega_k^5} \qquad \text{(IV.30c)}$$

mit den Definitionen

$$x = \frac{E_1' - E_1}{\omega_k} \quad ; \quad y = \frac{E_1' - \hat{E}_1'}{\omega_k} \qquad \text{(IV.30d)}$$

Der in (III.87) auftretende Energienenner, mit dem (IV.30a-c) verglichen werden sollen, ist gegeben durch:

$$C = \frac{1}{4\omega_k} \left[\frac{1}{(E_1' - \hat{E}_1' - \omega_k)(E_1' - E_1 - \omega_k)} - \frac{1}{(E_1 - E_1' - \omega_k)(\hat{E}_1' - E_1' - \omega_k)} \right] \qquad \text{(IV.31)}$$

$$= \frac{1}{2\omega_k^3} \frac{x+y}{(1-x^2)(1-y^2)}$$

Aus (IV.30a-c) und (IV.31) ergeben sich folgende Maße für die zu erwartende Größenordnung der Beiträge des zusätzlichen Stromes (IV.27):

$$Z_1 = \frac{B_1}{C} = \left| a \frac{k}{\omega_k} (1-y^2) \frac{x}{x+y} \right|$$

$$Z_2 = \frac{B_2}{C} = \left| a \frac{k}{\omega_k} (1-x^2) \frac{y}{x+y} \right| \qquad \text{(IV.32)}$$

$$Z_3 = \frac{B_3}{C} = \left| a^2 \frac{k^2}{\omega_k^2} \frac{(1-x^2)(1-y^2)}{x+y} \right|$$

Die Größe $\frac{k}{\omega_k}$ und damit auch $\frac{k^2}{\omega_k^2}$ ist per Definition immer kleiner als 1. Für hohe Impulsüberträge q^2, bei denen die Masse des π-Mesons gegenüber dem π-Impuls vernachlässigt werden kann, kann sie jedoch 1 gestzt werden. Dies soll im folgenden generell gelten. Es bedeutet, daß für kleinere Impulsüberträge die Beiträge des Stromes (IV.27) überschätzt werden. a ist aufgrund von (IV.12) einzig und allein vom Impulsübertrag q abhängig. Im Impulsintervall $1\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 200\ fm^{-2}$ ergibt sich für a das Intervall $0.05 \leq a \leq 0.682$ und für a^2 erhält man $0.002 \leq a^2 \leq 0.465$.

Im folgenden soll nun eine realistische Abschätzung der Vergleichsgrößen Z_1, Z_2, und Z_3 (IV.32) durch explizites Berechnen der in (IV.32) auftretenden Energien (gegeben durch (IV.30d)) für typische im Deuteron auftretende Impulskomponenten durchgeführt werden. Wir betrachten zunächst Impulskomponenten im Deuteron von $p \approx 1\ fm^{-1}$ - $1.4\ fm^{-1}$. Dies entspricht in etwa der Reichweite des π - Mesons in der N-N-Wechselwirkung. Im Impulsintervall $1\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 200\ fm^{-2}$ ergibt sich für Z_1: $0.05 \leq Z_1 \leq 0.08$. Dies bedeutet, daß die Beiträge des Stromes (IV.27), die proportional zu B_1 sind (Gl. IV.30a), maximal 8% des RC+WFR-Stromes ausmachen. Für Z_2 erhält man im betrach-

teten Impulsintervall: $0.13 \leq Z_2 \leq 0.83$. Die größten Beiträge des Stromes (IV.27) sind somit der Größe B_2 (Gl. IV.30b) proportional. Sie betragen für Impulskomponenten im Deuteron, die in etwa der Pion-Reichweite entsprechen, maximal 83% des RC+WFR-Stromes. Für Z_3 ergibt sich: $0.03 \leq Z_3 \leq 0.2$. Die zu B_3 proportionalen Beiträge des Stromes (IV.27) machen also maximal 20% des RC+WFR-Stromes aus. Insgesamt läßt sich also sagen, daß für Impulskomponenten von 1 fm^{-1} - 1.4 fm^{-1} im Deuteron Beiträge des Stromes (IV.27) zu erwarten sind, die auch für hohe Impulsüberträge kleiner sind, als die Beiträge des RC+WFR-Stromes.

Im weiteren sollen nun die Vergleichsgrößen (IV.32) auch für höhere Impulskomponenten im Deuteron, die den kurzreichweitigen Bereich der N-N-Wechselwirkung repräsentieren, abgeschätzt werden. Wir betrachten $p \approx 2.5$ fm^{-1} - 3.0 fm^{-1}. Für hohe Impulsüberträge 60 $fm^{-2} \leq q^2 \leq 200$ fm^{-2} ergeben sich folgende Größenordnungen für Z_1, Z_2 und Z_3:

$$0.16 \leq Z_1 \leq 0.23$$

$$0.8 \leq Z_2 \leq 1.13 \qquad \text{(IV.33)}$$

$$0.14 \leq Z_3 \leq 0.18$$

Wiederum sind auch hier die größten Beiträge des Stromes (IV.27) von den Anteilen zu erwarten, die proportional zu B_2 (Gl. IV.30b) sind. Diese Beiträge liegen für sehr hohe Impulsüberträge etwa 13% über den Beiträgen des RC+WFR-Stromes, d.h. sie liegen in der gleichen Größenordnung wie die Beiträge des RC+WFR-Stromes.

Im Hinblick auf die spätere numerische Rechnung, bei der sich herausstellt, daß die Beiträge des π-RC+WFR-Stromes um 1 - 2 Größenordnungen kleiner als die führenden Beiträge des π-Paar- und 3π-Stromes sind, ist aufgrund der vorhergehenden Betrachtungen eine äußerst untergeordnete Bedeutung der durch den zusätzlichen effektiven Austausch-Strom (IV.27) induzierten Effekte zu erwarten.

Insbesondere sind hier die Beiträge zum Quadrupolformfaktor des Deuterons zu erwähnen, da die Beiträge dieses Anteils des elektrischen Deuteron-Formfaktors für hohe Impulsüberträge eine dominierende Rolle spielen (siehe Gl. II.45). Es zeigt sich, daß die Beiträge des RC+WFR-Stromes zum Quadrupolformfaktor des Deuterons für Impulsüberträge $q^2 \gtrsim 150\ fm^{-2}$ mehr als 2 Größenordnungen kleiner sind als die führenden Beiträge des π-Paar-Stroms und des $\rho\pi\gamma$-Termes. Da sich aus den vorhergehenden Betrachtungen zeigt, daß die Beiträge des Stromes (IV.27) maximal in der gleichen Größenordnung wie der RC+WFR-Strom liegen, zeigt sich hier insbesondere die untergeordnete Bedeutung dieses Stromes. Auch für hohe Impulsüberträge liegen die zu erwartenden Beiträge von (IV.27) zum elektrischen Deuteron-Formfaktor unter 1%. Auf der Basis dieser Überlegungen werden wir im folgenden die Beiträge des Stroms (IV.27) vernachlässigen.

Insgesamt kann das Matrixelement (IV.13) bzw. (IV.18) angesichts der vorhergehenden Abschätzung in sehr guter Näherung beschrieben werden durch:

$$M = \langle \psi_{\vec{q}/2} | j_{fr}^{em} | \psi_{-\vec{q}/2} \rangle \approx \langle \chi_0 | j_{fr}^{eff} | \chi_0 \rangle \qquad \text{(IV.34)}$$

wobei der effektive Stromoperator durch (III.66), (III.68-69) gegeben ist. Der Zustand $|\chi_0\rangle$ ist somit die Lösung der Eigenwertgleichung (III.15) für das Deuteron im Ruhesystem.

Aufgrund der vorhergehenden Überlegungen können wir davon ausgehen, daß durch (IV.34) die wesentlichen Gesichtspunkte der Analyse der elektromagnetischen Struktur des Deuterons im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells erfaßt werden.

Nachdem nun die Auswirkungen der Lorentz-Transformation des Deuteron-Zustandes von einem bewegten in ein ruhendes

Bezugssystem von einer mehr oder weniger theoretischen Seite her beleuchtet wurden, soll nun diskutiert werden, daß auch aus praktischen Gründen die Berücksichtigung der Effekte der Lorentz-Transformation in der Berechnung von Matrixelementen wenig Sinn hat, da dies die vollständige Kenntnis der N-N-Wechselwirkung auch im äußerst kurzreichweitigen Bereich voraussetzen würde. Wie wir gesehen haben, tritt der durch ω_k^2 repräsentierte π -Propagator infolge der Ableitung der Pion-Energie in höherer Potenz auf (vergl. IV.30a-c). Dies führt dazu, daß aufgrund der hohen Impulskomponenten in diesem Propagator durch den Strom (IV.27) sehr kurzreichweitige Anteile der N-N-Wechselwirkung und damit des 1-Boson-Austausch-Potentials abgetastet werden. Obwohl die Bestimmung des OBEP relativistisch exakt vollzogen wurde, sind dort trotzdem Meson-Nukleon-Formfaktoren eingeführt worden, die die Unkenntnis des kurzreichweitigen Bereichs der N-N-Wechselwirkung und damit des Bereichs hoher Impulskomponenten demonstrieren. Darüber hinaus ist das 1-Boson-Austausch-Potential, welches in dieser Arbeit verwendet wird /14,15/, an die Niederenergie-Streudaten der N-N-Streuung /62/ bis zu einer Laborenergie von etwa 400 MeV angefittet. Ein solcher Fit ist jedoch für den kurzreichweitigen Bereich der N-N-wechselwirkung nicht eindeutig /11/. Mit anderen Worten weist das gefittete 1-Boson-Austausch-Potential in bezug auf die hohen Impulskomponenten - insbesondere bezüglich Impulskomponenten $p > 2$ fm^{-1} - Unsicherheiten auf. In diesem Sinne wäre eine Berechnung der Matrixelemente des Stroms (IV.23) mit der gleichen Unsicherheit behaftet. Das 1-Boson-Austausch-Modell wäre im Hinblick auf die praktische Berechnung dieser Matrixelemente überstrapaziert. Auch aus diesem Grunde wird auf die Bestimmung der durch den Strom (IV.27) induzierten Effekte im weiteren verzichtet.

Die vorhergegangenen Überlegungen zeigen, daß zur Berechnung von Matrixelementen effektiver elektromagnetischer Operatoren im Breit-System bis zur Ordnung g^2 der Meson-

Nukleon-Kopplungskonstante sowohl im Rahmen der Genauigkeit des 1-Boson-Austausch-Potentials als auch im Rahmen der Genauigkeit der experimentell ermittelten Daten für den elektrischen Deuteron-Formfaktor ausreicht, die Wellenfunktion des Deuterons in seinem Ruhesystem zu bestimmen. Für diesen Fall soll im nächsten Abschnitt mit Hilfe des effektiven Potentials (III.49) die Gleichung (III.15) im Impulsraum gelöst werden.

2. Lösung der Eigenwertgleichung für das 1-Boson-Austausch-Potential

Wie aus dem vorhergehenden Abschnitt hervorgeht, ist es zum Zwecke der Berechnung von Matrixelementen effektiver Operatoren bis zur Ordnung g^2 der Meson-Nukleon-Kopplungskonstante ausreichend, die Eigenwertgleichung (III.15) für das Deuteron im Ruhesystem des Deuterons zu lösen. Führt man Relativ- und Schwerpunktkoordinaten des 2-Teilchen-Systems ein,

$$\vec{p} = \tfrac{1}{2}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \,, \quad \vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \,, \quad \vec{p}\,' = \tfrac{1}{2}(\vec{p}_1\,' - \vec{p}_2\,') \,, \quad \vec{P}\,' = \vec{p}_1\,' + \vec{p}_2\,'$$

so gilt mit $\vec{P} = \vec{P}\,' = 0$ folgende Kinematik:

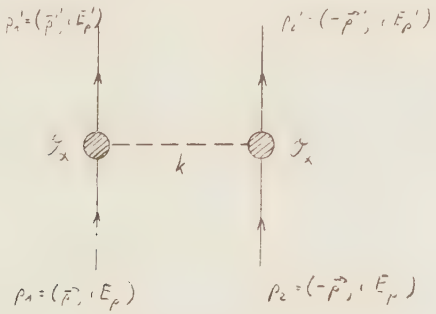


Fig. IV.3

Für die Energien gilt:

$$E_p = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m_N^2}$$
$$E_{p'} = \sqrt{\vec{p}^{\,\prime 2} + m_N^2} \qquad \text{(IV.35)}$$

Mit dieser Kinematik läßt sich das effektive 1-Boson-Austausch-Potential (III.49) im Impulsraum schreiben als:

$$V_{eff}(\vec{p},\vec{p}') = \sum_\alpha \bar{u}(-\vec{p}')\,\vartheta_\alpha\, u(-\vec{p})\,\frac{1}{k^2+m_\alpha^2}\,\bar{u}(\vec{p}')\,\vartheta_\alpha\, u(\vec{p}) \qquad \text{(IV.36)}$$

Um explizite Ausdrücke für das Potential (IV.36) zu erhalten, setzen wir folgende Impulsdarstellung der Viererspinoren $u(\vec{p})$ ein.

$$u(\vec{p}) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2m_N}} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{\varepsilon}\,\chi \end{pmatrix}$$
$$\bar{u}(\vec{p}) = u^+(\vec{p})\,\gamma_4 \qquad \text{(IV.37)}$$

mit

$$\varepsilon = E_p + m_N \qquad \text{(IV.38)}$$

χ sind die gewöhnlichen 2-Spinoren der Nukleonen und $\vec{\sigma}$ ist der Vektor der Pauli'schen Spinmatrizen mit

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} \qquad \text{(IV.39)}$$

Die Spinabhängigkeit des Potentials (IV.30) ist also mittels der Spinoren (IV.37) berücksichtigt. Setzt man die Spinoren (IV.37) sowie die Vertexfaktoren (III.50-52) in (IV.36) ein, so ergeben sich für die einzelnen Mesonen folgende Potentiale:

a) Pseudoskalare Mesonen

$$V_{eff}^{P}(\vec{p},\vec{p}') = -g_{pNN}^{2}\, F_{pNN}^{2}(k^2)\, T \frac{\varepsilon\varepsilon'}{m_N^2}\left(\frac{\vec{\sigma}_2\vec{p}'}{\varepsilon'} - \frac{\vec{\sigma}_2\vec{p}}{\varepsilon}\right)$$

$$\cdot \frac{1}{k^2+m_\rho^2}\left(\frac{\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}'}{\varepsilon'} - \frac{\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}}{\varepsilon}\right) \qquad \text{(IV.40)}$$

$P = \pi, \eta$

Die Isospinabhängigkeit T ist gegeben durch:

$$T = \begin{cases} 1, & \eta\text{-Meson} \\ \vec{\tau}_1\vec{\tau}_2, & \pi\text{-Meson} \end{cases}$$

b) Skalare Mesonen

$$V_{eff}^{S}(\vec{p},\vec{p}') = g_{sNN}^{2}\, F_{sNN}^{2}(k^2)\, \frac{1}{k^2+m_s^2}$$

$$\cdot\left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}')(\vec{\sigma}_1\vec{p})}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}')(\vec{\sigma}_2\vec{p})}{\varepsilon\varepsilon'}\right) \qquad \text{(IV.41)}$$

c) Vektormesonen

$$V^{v}_{eff}(\vec{p},\vec{p}') = -\frac{g^2_{vNN}\, F^2_{vNN}(k^2)}{k^2 + m_v^2}\,\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4m_N^2}\; T \sum_{i=1}^{4} A_i(\vec{p},\vec{p}') \qquad \text{(IV.42)}$$

mit

$$A_1(\vec{p},\vec{p}') = (1+\kappa_v)^2 \left\{ \left(1 + \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')(\vec{\sigma}_1\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\left(1 + \frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\right.$$

$$\left. + \left(\frac{\vec{\sigma}_1(\vec{\sigma}_1\vec{p}')}{\varepsilon} + \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')\vec{\sigma}_1}{\varepsilon'}\right)\left(\frac{\vec{\sigma}_2(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon} + \frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')\vec{\sigma}_2}{\varepsilon'}\right)\right\} \qquad \text{(IV.42a)}$$

$$A_2(\vec{p},\vec{p}') = \frac{k^2}{4m_N^2}\left(\vec{Q}^2 + (E_p + E_{p'})^2\right)$$

$$\cdot \left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')(\vec{\sigma}_1\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right) \qquad \text{(IV.42b)}$$

$$A_3(\vec{p},\vec{p}') = -\frac{\kappa_v(1+\kappa_v)}{2m_N}\left\{\left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}')(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\right.$$

$$\left. \cdot \left(\frac{(\vec{\sigma}_1\vec{Q})(\vec{\sigma}_1\vec{p}')}{\varepsilon} + \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')(\vec{\sigma}_1\vec{Q})}{\varepsilon'}\right)\right. \qquad \text{(IV.42c)}$$

$$\left. + (E_p + E_{p'})\left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\left(1 + \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\right.$$

$$R_4(\vec{p}',\vec{p}'') = -\frac{M_N(1+K_N)}{2\omega_N}\left\{\left(1-\frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')(\vec{\sigma}_1\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\right.$$

$$\cdot\left(\frac{(\vec{\sigma}_2\vec{Q}')(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon}+\frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')(\vec{\sigma}_2\vec{Q}')}{\varepsilon'}\right)$$

$$\left.+(E_p+E_p')\left(1+\frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}'')(\vec{\sigma}_2\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\left(1-\frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}'')(\vec{\sigma}_1\vec{p}')}{\varepsilon\varepsilon'}\right)\right\} \qquad \text{(IV.42d)}$$

Hierbei ist

$$\vec{Q} = \vec{p}' + \vec{p}'' \qquad \text{(IV.43)}$$

Für die Isospinabhängigkeit T gilt:

$$T = \begin{cases} \vec{\tau}_1' \cdot \vec{\tau}_2' & , \ \varrho\text{-Meson} \\ 1 & , \ \omega\text{-}, \phi\text{-Meson} \end{cases} \qquad \text{(IV.44)}$$

Die in (IV.40-42) auftretenden Meson-Nukleon-Formfaktoren sind von der Struktur her durch (III.18) gegeben. Für die konkrete Lösung der Eigenwertgleichung müssen sowohl die Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten als auch die in den Formfaktoren auftretenden Cut-off-Massen festgelegt werden. Die Festlegung dieser Daten erfolgt mittels eines Fits des 1-Boson-Austausch-Potentials an die Niederenergie-Streudaten der Nukleon-Nukleon-Streuung und an die Deuteron-Bindungsenergie /14,15/. Setzt man verschiedene Typen von Meson-Nukleon-Formfaktoren in das Potential ein, so ergeben sich auch verschiedene Sätze von Parametern, die die Streudaten gleich gut wiedergeben. Eine Auflistung solcher Parametersätze ist in Ref. /14/ in Tabelle 7 angegeben. Hier befinden sich auch weitere Referenzen, die sich auf die verschiedenen Fit's beziehen.

Insbesondere in Ref. /15/ wird der Einfluß des πNN-Formfaktors auf die N-N-Streuphasen sowie die Deuteron-Daten untersucht. Da in der vorliegenden Arbeit das in Ref./15/ gefittete Potential verwendet wird, sollen an dieser Stelle die wichtigsten Daten aufgelistet werden. Folgende Formfaktoren wurden für den Fit verwendet:

a) Für π-, η-, σ-, δ-Mesonen

$$F(k') = \frac{\Lambda^2 - m^2}{k'^2 + \Lambda^2} \qquad \text{(IV.45)}$$

b) Für ϱ-, ω, ϕ -Mesonen

$$F(k') = \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{k'^2 + \Lambda^2} \right)^{3/2} \qquad \text{(IV.46)}$$

Die Cut-off-Masse wurde für alle Mesonen im Gegensatz zu anderen Fits (siehe Ref. /14/) für alle Mesonen einheitlich angenommen. Sie beträgt

$$\Lambda = 1530\,\text{MeV} \qquad \text{(IV.47)}$$

Außerdem ergaben sich mit den Formfaktoren (IV.45-46) und der Cut-off-Masse (IV.47) beim Fit an die Niederenergie N-N-Streuphasen folgende Meson-Nukleon-Kopplungskonstanten:

$$\frac{g^2_{\pi NN}}{4\pi} = 14.4 \;;\; \frac{g^2_{\eta NN}}{4\pi} = 6.0 \;;\; \frac{g^2_{\sigma NN}}{4\pi} = 8.2 \;;\; \frac{g^2_{\delta NN}}{4\pi} = 4.99$$

$$\frac{g^2_{\varrho NN}}{4\pi} = 0.77 \;;\; \frac{g^2_{\omega NN}}{4\pi} = 8.0 \;;\; \frac{g^2_{\phi NN}}{4\pi} = 5.0 \qquad \text{(IV.48)}$$

Für das Verhältnis der Tensor- zur Vektorkopplung des ϱ -Mesons an ein Nukleon ergab sich der Wert:

$$\kappa_\rho = 6.6 \qquad \text{(IV.49)}$$

Dieser Wert ist um einen Faktor 1.4 größer als der mit Hilfe des Vektor-Dominanz-Modells bestimmte Wert (III.77). Die in (IV.47-49) angegebenen Daten legen das 1-Boson-Austausch-Potential (IV.40-42) eindeutig fest, so daß damit die Eigenwertgleichung (III.15) im Impulsraum gelöst werden kann. Das Potential wird im folgenden als HM3 /15/ bezeichnet.
Die Impulsdarstellung der Eigenwertgleichung ist im Ruhesystem des Deuterons durch folgende Integralgleichung gegeben:

$$\left(H_0(p) - E\right)\chi(\vec{p}) + \int d^3\vec{p}\,' V_{eff}(\vec{p},\vec{p}\,')\,\chi(\vec{p}\,') = 0 \qquad \text{(IV.50)}$$

Hierbei gilt für den freien Hamilton-Operator:

$$H_0(p) = 2\sqrt{\vec{p}^{\,2} + m_N^2}$$

Die Gesamtenergie E des Deuteron-Zustandes ist der Eigenwert des Gesamt-Hamilton-Operators, d.h. der 4. Komponente des Gesamt-Vierer-Impuls-Operators P_μ . Im Ruhesystem des Deuterons ist E durch die Deuteron-Ruhemasse gegeben, die eine Funktion der Deuteron-Bindungsenergie E_B ist:

$$E = M_0 = 2m_N - E_B \qquad \text{(IV.51)}$$

Es ist zu beachten, daß $E_B < 0$ angenommen wurde. Damit läßt sich die Gleichung (IV.50) als Eigenwertgleichung

für die Bindungsenergie des Deuterons auffassen.

Bekanntlich setzt sich die Deuteron-Wellenfunktion aus einem Triplett-S- und einem Triplett-D-Zustand zusammen, wobei die ^{3}D-Beimischung auf die in (IV.40-42) auftretenden Tensorterme zurückzuführen ist. Ferner ist das Deuteron bezüglich des Isospins ein Isoskalar, d.h. T=0. Mit den Quantenzahlen J=1, S=1 läßt sich also folgende Partialwellenzerlegung der Deuteron-Wellenfunktion angeben:

$$\chi_M^{J=1,\,T=0}(\vec{p}) = \sum_\ell \varphi_\ell(p)\, \vec{\mathcal{Y}}_M^{(\ell 1)1}(\hat{p}) \qquad \text{(IV.52)}$$

Hierbei ist φ_ℓ eine skalare Funktion des Betrages des Relativimpulses und $\vec{\mathcal{Y}}_M^{(\ell 1)1}(\hat{p})$ stellt eine Vektor-Kugelfunktion dar, deren Eigenschaften hinlänglich bekannt sind /63/. Da die Drehimpulsstruktur des Deuterons in $\vec{\mathcal{Y}}_M^{(\ell 1)1}(\hat{p})$ vollständig bestimmt ist, ist es lediglich notwendig, die Eigenwertgleichung (IV.50) für die radiale Funktion $\varphi_\ell(p)$ zu lösen.
Hierfür ergibt sich nach Integration über die Winkel folgende Gleichung:

$$\left\{ H_0(p) - E \right\} \varphi_\ell(p) \; + \qquad \text{(IV.53)}$$

$$+ \sum_{\ell'} \int p'^2 dp'\; V_{\ell\ell'}^{eff}(p,p')\, \varphi_{\ell'}(p') = 0$$

$V_{\ell\ell'}^{eff}(p,p')$ ist gegeben durch:

$$V_{\ell\ell'}^{eff}(p,p') = \int d\hat{p}\, d\hat{p}'\; \vec{\mathcal{Y}}^{*(\ell' 1)1}_{(\hat{p}')}\, V_{eff}(\vec{p},\vec{p}')\, \vec{\mathcal{Y}}^{(\ell 1)1}_{(\hat{p})} \qquad \text{(IV.54)}$$

Die Berechnung der Matrixelemente $V_{ll'}^{JTT'}(p,p')$ erfolgt mit Hilfe der üblichen Methoden der Drehimpulsalgebra /63/. Eine detaillierte Darstellung der Bestimmung der $V_{ll'}^{JTT'}(p,p')$ findet man in Ref. /14/.
Im Unterschied zur gewöhnlichen Schrödinger-Gleichung ist in (IV.53) der freie Hamilton-Operator nicht allein durch die nichtrelativistische kinetische Energie gegeben. Um jedoch die Deuteron-Wellenfunktion konsistent mit der Bestimmung der Fit-Parameter (IV.47-48) zu berechnen, ist eine Entwicklung des freien Hamilton-Operators notwendig. Wir schreiben:

$$H_0(p) \approx 2m_N \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\vec{p}^{\,2}}{m_N^2}\right) \qquad \text{(IV.55)}$$

Hiermit erhält man direkt die Schrödinger-Gleichung:

$$\left(\vec{p}^{\,2} - m_N E_B\right)\varphi_l(p) + m_N \sum_{l'} \int p'^2 dp' \, V_{ll'}^{JTT'}(p,p')\,\varphi_{l'}(p') = 0 \qquad \text{(IV.56)}$$

Für die radiale Wellenfunktion schreibt man üblicherweise:

$$\varphi_l(p) = \frac{u_l(p)}{p} \qquad \text{(IV.57)}$$

und führt damit die Gleichung (IV.50) in eine Gleichung für $u_l(p)$ über. Mit der Definition

$$v_{ll'}(p,p') = pp' V_{ll'}^{JTT'}(p,p') \qquad \text{(IV.58)}$$

ergibt sich dann:

$$\left(\vec{p}^{\,2} - m_N E_B\right)u_l(p) + m_N \sum_{l'} \int dp' \, v_{ll'}(p,p')\,u_{l'}(p') = 0 \qquad \text{(IV.59)}$$

Die Normierungsbedingung für die Funktionen $u_\ell(p)$ lautet:

$$\sum_{\ell=0,2} \int dp \; u_\ell^2(p) = 1 \qquad \text{(IV.60)}$$

Gleichung (IV.59) ist identisch mit der in Ref. /14,15/ verwendeten Gleichung für einen gebundenen Zustand wie das Deuteron. Somit kann die Lösung von (IV.59) mit dem in /15/ gefitteten Potential konsistent durchgeführt werden.

Es ist zu bemerken, daß im Potential (IV.40-42) der vollständige relativistische Meson-Propagator auftritt, d.h. für den Impuls des ausgetauschten Mesons gilt:

$$k^2 = (\vec{p}-\vec{p}')^2 - (E_p - E_{p'})^2 \qquad \text{(IV.61)}$$

Damit sind die auf das ausgetauschte Meson zurückzuführenden Retardierungseffekte bei der Lösung von (IV.59) vollständig berücksichtigt.

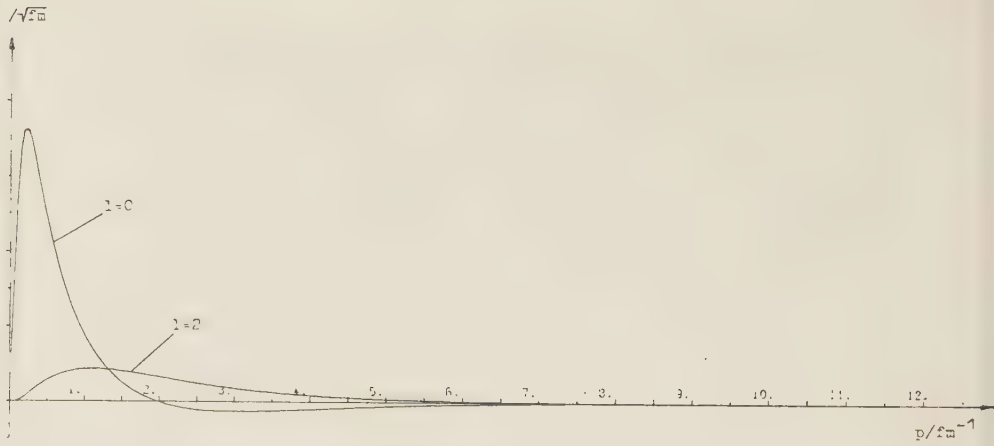
Es ergeben sich mit den Parametern (IV.47-48) folgende Deuteron-Daten /15/:

	Fit	Experimentell
Bindungsenergie E_B/MeV	2.225	2.22462 $\pm$ 0.00006
Quadrupolmoment Q / fm^{-2}	0.281	0.286 $\pm$ 0.0015
D-Wahrscheinlichkeit P_D/%	5.18	6 $\pm$ 2

Tabelle (IV.1)

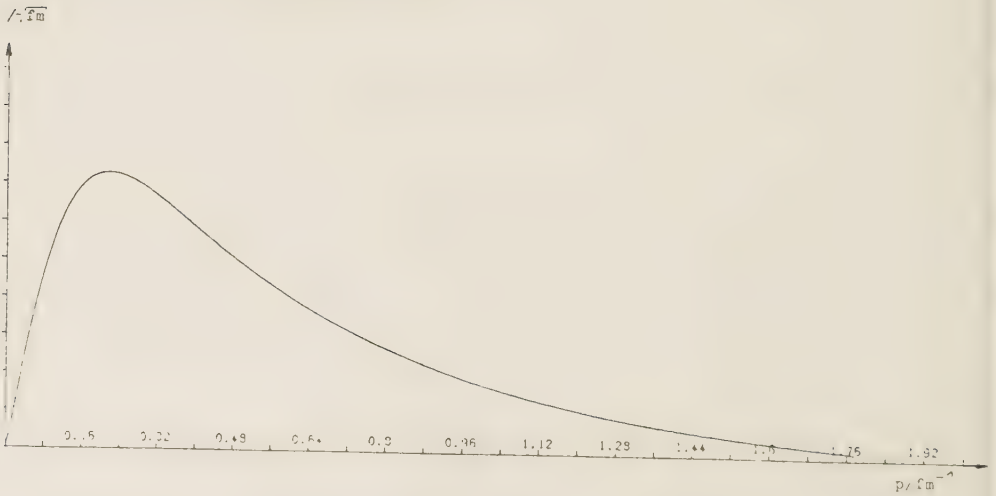
Gleichung (IV.59) ist mit dem Verfahren der inversen Iteration numerisch gelöst worden. Die S-Welle $u_0(p)$ und die D-Welle $u_2(p)$ sind in Fig. (IV.4) veranschaulicht. Fig. IV.5 zeigt die S-Welle im Bereich $o \leq p \leq 2$ fm^{-1}. Die Figuren IV.6 und IV.7 veranschaulichen die D-Welle in dem Bereich $o \leq p \leq 12$ fm^{-1} bzw. im Ausschnitt $o \leq p \leq 2$ fm^{-1}. Diese Funktionen beziehen sich auf das Potential HM3 /15/.

DEUTERON-WELLENFUNKTION



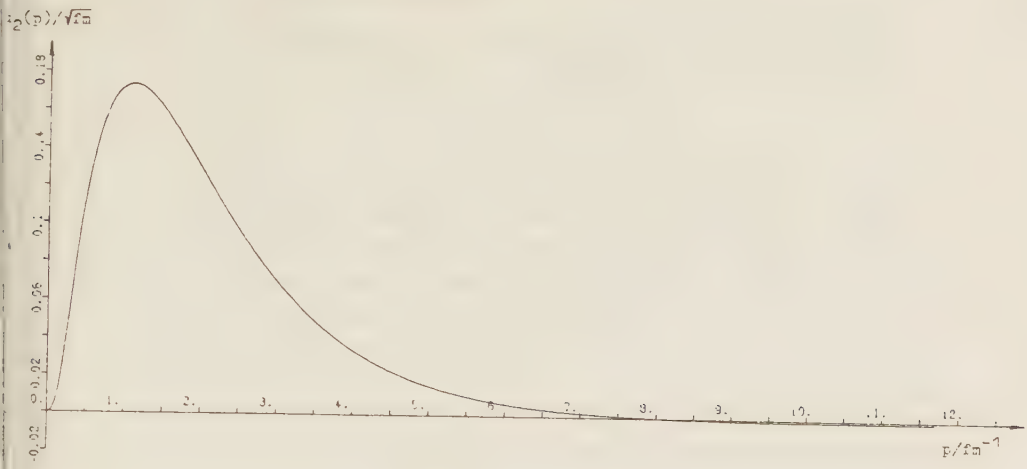
Figur IV.4

DEUTERON-S-WELLE



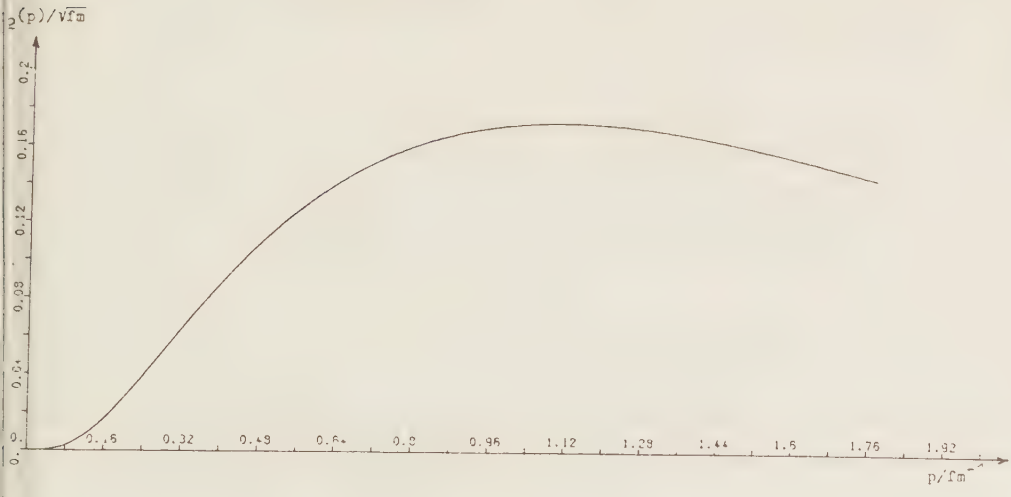
Figur IV.5

DEUTERON-D-WELLE



Figur IV.6

DEUTERON-D-WELLE



Figur IV.7

V. Berechnung von Matrixelementen elektromagnetischer Operatoren im Impulsraum

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen zur Berechnung von Matrixelementen der in Kapitel (III.3) bestimmten effektiven elektromagnetischen Operatoren dargestellt. Hierbei sind die Impulsnäherung - bestimmt durch den Strom (III.70) - und Austauscheffekte - beschrieben durch die Ströme (III.76), (III.82-84) und (III.87,89) - zu unterscheiden, da die Berechnungsmethoden in diesen beiden Fällen voneinander abweichen. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, daß sich speziell bei der Impulsnäherung eine Beziehung zwischen den Relativimpulsen im Anfangs- und Endzustand des Deuterons ergibt.

1) Kinematik

Löst man den Deuteron-Vertex des in Fig. II.1 dargestellten Streuprozesses auf, so kann dieser folgendermaßen veranschaulicht werden:

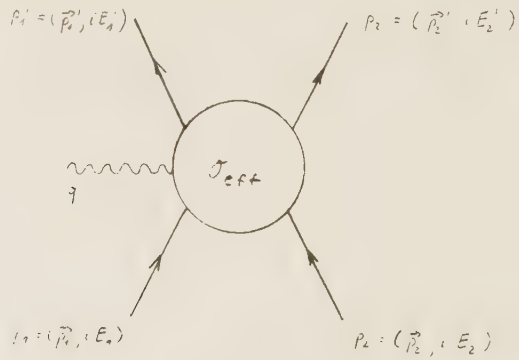


Fig. V.1

Da die Matrixelemente der vorher beschriebenen effektiven Operatoren im Breit-System (Gl. II.28,29) bestimmt werden sollen, muß für den in Fig. (V.1) dargestellten Prozeß die Kinematik dieses Referenzsystems zugrunde gelegt werden.

Sie ist gegeben durch:

$$\vec{p}_1 = \vec{p} - \tfrac{1}{4}\vec{q} \quad , \quad \vec{p}_1' = \vec{p}' + \tfrac{1}{4}\vec{q}$$
$$\vec{p}_2 = -\vec{p} - \tfrac{1}{4}\vec{q} \quad ; \quad \vec{p}_2' = -\vec{p}' + \tfrac{1}{4}\vec{q} \qquad (V.1)$$

$\vec{p}$ und $\vec{p}'$ stellen hierbei die Relativimpulse des 2-Teilchen-Systems im Anfangs- und Endzustand dar. Wie schon vorher erwähnt, sind die Energien der äußeren Nukleon-Linien des 2-Teilchen-Systems als freie Energien der Nukleonen zu verstehen. Es gilt also:

$$E_i = \sqrt{\vec{p}_i^{\,2} + m_N^2}$$
$$E_i' = \sqrt{\vec{p}_i'^{\,2} + m_N^2} \qquad i = 1,2 \qquad (V.2)$$

Mit der durch (V.1) gegebenen Kinematik und den Energien (V.2) sind somit alle effektiven elektromagnetischen Operatoren in ihrer Impulsdarstellung zu bestimmen. An dieser Stelle ist noch einmal zu betonen, daß damit alle Effekte des freien Boost-Operators $\vec{K}_0$ in dem in Kapitel (IV.1) diskutierten Sinne vollständig berücksichtigt sind, wenn die entsprechenden Operatoren nicht durch eine nichtrelativistische Entwicklung nach $\frac{\vec{p}}{m_N}$ approximiert werden, d.h. wenn sie vollständig in der Form (IV.20) berechnet werden.

Wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt wurde, ist es zur Berechnung von Matrixelementen effektiver Operatoren im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells ausreichend, die Wellenfunktion des Deuterons im Ruhesystem zu verwenden. Unter dieser Voraussetzung lassen sich die Matrixelemente schreiben als:

$$\langle J{=}1\, M_f \,|\, O_{eff} \,|\, J{=}1\, M_i \rangle =$$
$$= \int d^3\vec{p}\; d^3\vec{p}'\; \chi^{*J=1}_{M_f}(\vec{p}')\; O_{eff}(\vec{p}, \vec{p}', \vec{q})\; \chi^{J=1}_{M_i}(\vec{p}) \qquad (V.3)$$

Die Isospinquantenzahlen sind hier weggelassen worden, da es sich beim Deuteron um einen T = 0-Zustand handelt. Es ist nun zunächst notwendig, konkret die Impulsdarstellung der in Abschnitt (III.3) angegebenen elektromagnetischen Ströme zu bestimmen. Daraufhin können die Operatoren nach irreduziblen Tensoroperatoren klassifiziert werden, mit denen dann Matrixelemente berechnet werden können. Dies ist die Aufgabe der folgenden beiden Abschnitte.

2) 1-Teilchen-Operatoren (Impulsnäherung)

Der durch (III.70) gegeben elektromagnetische Stromoperator der Impulsnäherung ist ein 1-Teilchen-Operator, dessen Matrixelemente in Fig. (III.12) veranschaulicht sind. Der Operator selbst wird im 2-Teilchen-System durch folgendes Diagramm dargestellt:

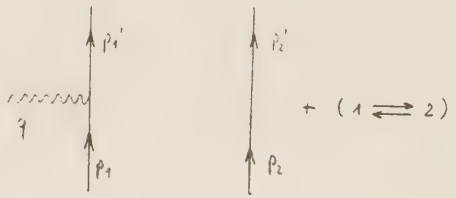


Fig. (V.2)

Mit der Kinematik (V.1) des Breit-Systems ergibt sich dann folgender Zusammehang zwischen den Relativimpulsen $\vec{p}$ und $\vec{p}'$

$$\vec{p}' = \vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q} \qquad (V.4)$$

Damit folgt aus (V.3) für die Matrixelemente eines effektiven Operators der Impulsnäherung:

$$\langle J=1\, M_2 \mid \mathcal{O}_{em}^{(IA)} \mid J=1\, M_1 \rangle =$$

$$= \int d^3\vec{p}\; \chi^{S=1}_{M_2}{}^{*}\left(\vec{p} + \frac{\vec{q}}{2}\right) \mathcal{O}_{em}^{(IA)}(\vec{p},\vec{q})\, \chi^{S=1}_{M_1}(\vec{p}) \qquad (V.5)$$

Die explizite Impulsdarstellung des Stromes (III.70) läßt sich mit Hilfe der Spinoren (IV.25) bestimmen. Für die Ladungsdichte erhält man:

$$\rho^{I.A.} = \frac{1}{4m_N}\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1'}\left\{ F_1^S(q^2) + \left(1 - \frac{E_1+E_1'}{2m_N}\right)F_2^S(q^2) \right. \tag{V.6}$$

$$\left. + \left[F_1^S(q^2) + \left(1 + \frac{E_1+E_1'}{2m_N}\right)F_2^S(q^2)\right] \frac{(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}_1)}{\varepsilon_1\varepsilon_1'} \right\} + (1 \rightleftharpoons 2)$$

Der räumliche Anteil des Viererstromes (III.70) ist gegeben durch:

$$\vec{j}^{I.A.} = -\frac{1}{4m_N}\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1'}\left\{ \left[F_1^S(q^2) + F_2^S(q^2)\right]\left(\frac{\vec{\sigma}_1(\vec{\sigma}_2\cdot\vec{p}_1')}{\varepsilon_1} + \frac{(\vec{\sigma}_2\cdot\vec{p}_1')\vec{\sigma}_1}{\varepsilon_1'}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{F_2^S(q^2)}{2m_N}(\vec{p}_1+\vec{p}_1')\left(1 - \frac{(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}_1)}{\varepsilon_1\varepsilon_1'}\right)\right\} + (1 \rightleftharpoons 2) \tag{V.7}$$

In der späteren numerischen Rechnung wird untersucht, welchen Einfluß eine Approximation der Operatoren (V.6-7) aufgrund einer Entwicklung nach Potenzen von $\frac{\vec{p}}{m_N}$ auf die Bestimmung von Formfaktoren hat. Aus diesem Grund werden an dieser Stelle und auch im Folgenden die niedrigsten Terme einer solchen Entwicklung angegeben. Für die niedrigste Ordnung der Ladungsdichte (V.6) erhält man:

$$\rho^{I.A.}(E=m_N) = F_1^S(q^2) \tag{V.8}$$

In der gleichen Näherung verschwindet der räumliche Anteil des Stromes.

Um nun Matrixelemente der Operatoren (V. 6-7) mittels (V.5) zu berechnen, ist es sinnvoll, eine Klassifikation dieser Operatoren nach irreduziblen Tensoren vorzunehmen.

Wie aus den Ausdrücken (V.6-7) hervorgeht, sind diese Operatoren mit der Kinematik (V.1) Funktionen der Impulse $\vec{p}$ und $\vec{q}$ sowie des Skalarproduktes beider Impulse. Wir können also einen allgemeinen Operator $\mathcal{O}_\lambda^{(L)}$ der Tensorstufe L und Tensorkomponente λ folgendermaßen klassifizieren:

$$\mathcal{O}_\lambda^{(L)}(\vec{p},\vec{q}) = F(p,q,u)\left[Y^{(k)}(\hat{q}) \times \left[Y^{(k_2)}(\hat{p}) \times \mathcal{F}^{(k_3)}_{(\sigma_1,\sigma_2)}\right]^{(k_3)}\right]^{(L)}_{\lambda} \qquad (V.9)$$

Hierbei ist F (p,q,u) eine skalare Funktion der Impulsbeträge p und q sowie des Richtungskosinus $u = \hat{p}\cdot\hat{q}$. $\mathcal{F}^{(k_3)}_{(\sigma_1,\sigma_2)}$ stellt einen Tensoroperator der Stufe k_3 im Spinraum dar.

Wie aus (V.5) ersichtlich ist, muß bei der Berechnung eines Matrixelementes in der Impulsnäherung die Deuteron-Wellenfunktion im Endzustand mit dem Argument $\vec{p}' = \vec{p} + \frac{\vec{q}}{2}$ benutzt werden. Mit (IV.41) gilt also für den Endzustand des Deuterons:

$$\chi^{(-)}_{\ldots}(\vec{p}+\tfrac{\vec{q}}{2}) = \sum_{\ell'}\sum_{m_\ell' m_s'} \langle \ell' m_\ell' \, 1 m_s' \,|\, 1 M_f\rangle \cdot \frac{u_{\ell'}(|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|)}{|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|} Y^{\ell'}_{m_\ell'}\left(\widehat{\vec{p}+\tfrac{\vec{q}}{2}}\right) \xi^{1}_{m_s'} \qquad (V.10)$$

wobei $\xi^{1}_{m_s'}$ die Spin-Funktion ist.
Die Kugelfunktion $Y^{\ell'}_{m_\ell'}\left(\widehat{\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}}\right)$ läßt sich aufgrund folgender Relation entkoppeln /63-65/:

$$Y^{L}_{m}\left(\widehat{\vec{p}+\tfrac{\vec{q}}{2}}\right) = \frac{1}{|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|^{\ell}} \sum_{\ell_1+\ell_2=L} \sum_{m_1 m_2} \alpha^{\ell_1}\beta^{\ell_2} \sqrt{\frac{4\pi\,(2L+1)!}{(2\ell_1+1)!\,(2\ell_2+1)!}} \langle \ell_1 m_1 \ell_2 m_2 | \ell m\rangle Y^{\ell_1}_{m_1}(\hat{p})\, Y^{\ell_2}_{m_2}(\hat{q}) \qquad (V.11)$$

Mit dieser Relation und der Anwendung der üblichen Drehimpulsalgebra /63/ läßt sich der Endzustand des Deuterons schreiben als:

$$\chi^{j+1}_{m_f}(\vec{p}+\tfrac{\vec{q}}{2}) = \sqrt{3}\sum_{\ell'}\sum_{\ell_1+\ell_2=\ell}\sum_{j}(-)^{\ell_1+1}\sqrt{\frac{4\pi(2\ell'+1)!}{(2\ell_1+1)!\,(2\ell_2+1)!}}$$

$$\cdot\sqrt{(2\ell'+1)(2j+1)}\begin{Bmatrix}\ell_2 & \ell_1 & \ell'\\ 1 & 1 & j\end{Bmatrix}\rho^{\ell_1}\left(\frac{q}{2}\right)^{\ell_2}\frac{u_{\ell_2}(|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|)}{|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|^{\ell'+1}} \qquad (V.12)$$

$$\cdot\sum_{m_2 m_j}(-)^{m_2+m_j}\begin{pmatrix}1 & \ell_2 & j\\ -m_f & m_2 & m_j\end{pmatrix}Y^{\ell_2}_{m_2}(\hat{q})\,Y^{(\ell_1,1)j}_{m_j}(\hat{p})$$

Damit kann nun das Matrixelement (V.5) des Operators (V.9) im Impulsraum mittels der bekannten Kopplungsregeln von Drehimpulsen berechnet werden. Im Photonsystem ($\hat{q}\equiv\vec{e}_z$) liefert $Y^{\ell_2}_{m_2}(\hat{q})$ lediglich einen Zahlenfaktor, so daß im Endergebnis diese Funktion nicht mehr auftritt. Insgesamt ergibt sich für das Matrixelement folgender Ausdruck:

$$\langle j+1\ m_f|\,\hat{O}^{(L)}_{\lambda}(1)\,|j+1\ m_i\rangle + (1\rightleftarrows 2) =$$

$$=\frac{3}{8\pi}\sqrt{\tilde{L}\tilde{k}_1\tilde{\nu}}\begin{pmatrix}1 & 1 & L\\ 0 & -\lambda & \lambda\end{pmatrix}\langle 1\|\,\rho^{(k_2)}(\sigma_1\sigma_2)\,\|1\rangle$$

$$\cdot\sum_{\ell\ell'}\sum_{\ell_1+\ell_2=\ell'}\sum_{jgfh}(-)^{f+h}\left[1+(-)^{k_1+\ell_2+g}\right]\sqrt{\frac{\tilde{\ell}'!}{(2\ell_1)!\,(2\ell_2)!}}\sqrt{\tilde{\ell}'\tilde{\ell}} \qquad (V.13)$$

$$\cdot\tilde{j}\tilde{f}\tilde{n}\tilde{i}\begin{pmatrix}\ell_1 & \ell_2 & \ell\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}n & k_1 & i\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g & k_2 & \ell\\ 0 & \lambda & -\lambda\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & \ell_2 & j\\ -m_\ell & 0 & m_\ell\end{pmatrix}\begin{pmatrix}j & f & 1\\ -m_\ell & \lambda & m_i\end{pmatrix}$$

$$\cdot\begin{Bmatrix}\ell_2 & \ell_1 & \ell'\\ 1 & 1 & j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}g & k_1 & h\\ k_2 & f & k_3\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\ell_1 & 1 & f\\ \ell & 1 & 1\\ n & k_2 & f\end{Bmatrix}$$

$$\cdot\int d\rho\int_{-1}^{1}du\;\rho^{\ell_1+1}\left(\frac{q}{2}\right)^{\ell_2}u_\ell(\rho)\,\frac{u_{\ell_2}(|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|)}{|\vec{p}+\frac{\vec{q}}{2}|^{\ell'+1}}\,F(\rho,q,u)\cdot P_j(u)$$

$P_g(u)$ ist ein Legendre-Polynom, das aus der Entwicklung der skalaren Funktion $F(p,q,u)$ nach Legendre-Polynomen bezüglich u stammt. Das reduzierte Matrixelement des Spinoperators ist gegeben durch:

$$\langle 1 \| \mathcal{S}^{(k_i)} \| 1 \rangle = \begin{cases} \sqrt{3} & , \mathcal{S}^{(k_i)} = 1 \\ \sqrt{6} & , \mathcal{S}^{(k_i)} = \vec{\sigma}_i \end{cases} , \quad i = 1,2 \qquad \text{(V. 14)}$$

Ferner gilt in (V.13) die Definition

$$\tilde{a} = 2a + 1 \qquad \text{(V.13a)}$$

Damit lassen sich die Matrixelemente eines Operators der Impulsnäherung numerisch berechnen und somit auch die in Abschnitt (II.) definierten Formfaktoren bestimmen.

2) 2-Teilchen-Operatoren (Austauscheffekte)

Bei der Bestimmung der in Abschnitt II. definierten Formfaktoren des Deuterons spielen folgende Austauscheffekte im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells - wie bereits in Kapitel III. ausgeführt wurde - eine dominierende Rolle: a) $\gamma\pi\gamma$ -Term; b) $\pi\pi$ -Paar-Term; c) π -Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungsterm. Die Terme werden durch die Ströme (III.76), (III.83), (III.87) und (III.89) beschrieben. Mit Hilfe der Spinoren (IV.25) sowie der im Anhang angegebenen Darstellung der γ -Matrizen läßt sich die konkrete Form der Ladungsdichten und Vektorströme der einzelnen Terme im Impulsraum berechnen. Es ergeben sich folgende Darstellungen:

a) $\gamma\pi\gamma$ -Term

Es wird die Kinematik aus Fig. III.16 verwendet.

$$\rho^{\pi\pi\sigma} = -i \frac{V}{4m_N^2} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \left\{ (1+\kappa_v) \left[\frac{\vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1)}{\varepsilon_1} + \frac{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1'') \vec{\sigma}_1}{\varepsilon_1'} \right] \right.$$

$$\left. - \frac{\kappa_v}{2m_N} \left[\vec{p} - \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1'') \vec{p} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right] \right\} (\vec{k}_1 \times \vec{k}_2) \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2'}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\} + (1 \rightleftarrows 2) \qquad (V.15)$$

wobei

$$V = \frac{g_{\pi NN}\, g_{\pi NN}\, g_{\pi\pi\sigma}}{m_\sigma} \cdot \frac{F_{\pi\pi\sigma}(q^2)\, F_{\pi NN}(k_1^2)\, F_{\pi NN}(k_2^2)}{(k_1^2 + m_\sigma^2)(k_2^2 + m_\sigma^2)} \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \qquad (V.16)$$

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_1'' \; ; \quad \vec{k}_1 = \vec{p}_1 - \vec{p}_1'' \; ; \quad \vec{k}_2 = \vec{p}_2'' - \vec{p}_2$$

In der Näherung E = m_N ergibt sich folgende Ladungsdichte:

$$\rho^{\pi\pi\sigma}(E = m_N) = -i V \frac{1}{4m_N^2} (1+\kappa_v) \left[2\vec{p}_1' + \vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k}_1) \right]$$

$$\cdot (\vec{\tau}_1 \times \vec{\tau}_2) \vec{\tau}_2 \vec{\tau}_2 \qquad + (1 \rightleftarrows 2) \qquad (V.17)$$

Hierbei müssen in V die Vierer-Impulse durch die entsprechenden Dreier-Impulse ersetzt werden, d.h. Retardierungseffekte der Mesonen werden vernachlässigt.

Der Vektor-Strom des $\rho\pi\sigma$-Termes läßt sich schreiben als:

$$\vec{j}^{\rho\pi\sigma} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 + \vec{j}_3 \qquad (V.18)$$

mit

$$\vec{j}_1 = -i \frac{V}{4m_N^2} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \left\{ 1 + \kappa_v \left(1 - \frac{E_1 + E_1'}{2m_N} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} \left[1 + \kappa_v \left(1 + \frac{E_1 + E_1'}{2m_N} \right) \right] (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1') (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \right\} \qquad (V.18a)$$

$$\cdot (\vec{k}_1 \times \vec{\tau}_1) \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2''}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

$$\vec{J}_2 = -i\frac{V}{4m_N^2}\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1'\varepsilon_2\varepsilon_2'}\;k_2^\circ\left\{(1+\kappa_V)\left[\frac{(\vec{\sigma}_1\times\vec{k}_2)(\vec{\sigma}_1\vec{p}_1')}{\varepsilon_1}+\frac{(\vec{\sigma}_1\vec{p}_1'')(\vec{\sigma}_1\times\vec{k}_2)}{\varepsilon_1'}\right]\right.$$

$$\left.-\frac{\kappa_V}{2m_N}\left[\vec{P}\times\vec{k}_2-\frac{1}{\varepsilon_1'\varepsilon_1}(\vec{\sigma}_1\vec{p}_1')(\vec{P}\times\vec{k}_2)(\vec{\sigma}_1\vec{p}_1'')\right]\right\} \qquad (V.18b)$$

$$\cdot\left\{\frac{\vec{\sigma}_2\vec{p}_2''}{\varepsilon_2'}-\frac{\vec{\sigma}_2\vec{p}_2'}{\varepsilon_2}\right\}+(1\rightleftarrows 2)$$

$$\vec{J}_3 = i\frac{V}{4m_N^2}\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1'\varepsilon_2\varepsilon_2'}\;k_2^\circ\left\{(1+\kappa_V)\left[\frac{(\vec{\sigma}_2\times\vec{k}_2)(\vec{\sigma}_2\vec{p}_2')}{\varepsilon_2}+\frac{(\vec{\sigma}_2\vec{p}_2'')(\vec{\sigma}_2\times\vec{k}_2)}{\varepsilon_2'}\right]\right.$$

$$\left.-\frac{\kappa_V}{2m_N}\left[\vec{P}\times\vec{k}_2-\frac{1}{\varepsilon_2\varepsilon_2'}(\vec{\sigma}_2\vec{p}_2')(\vec{P}\times\vec{k}_2)(\vec{\sigma}_2\vec{p}_2'')\right]\right\} \qquad (V.18c)$$

$$\cdot\left\{\frac{\vec{\sigma}_2\vec{p}_2''}{\varepsilon_2'}-\frac{\vec{\sigma}_2\vec{p}_2}{\varepsilon_2}\right\}+(1\rightleftarrows 2)$$

k_i° , $i=1,2$ sind die vierten Komponenten der Impulse der ausgetauschten Mesonen.

Für die Näherung $E=m_N$ ist der Vektorstrom des $\varsigma\pi\gamma$ - Termes in niedrigster Ordnung allein durch

$$\vec{J}^{\varsigma\pi\gamma}(E=m_N)=\vec{J}_1(E=m_N)=-i\frac{V}{2m_N}(\vec{k}_2\times\vec{k}_2)\vec{\sigma}_2\cdot\vec{k}_2+(1\rightleftarrows 2) \qquad (V.19)$$

gegeben, da in diesem Limit $\vec{J}_2$ und $\vec{J}_3$ wegen $k_i^\circ = 0$ wegfallen.

b) π -Paar-Term

Für den π -Paar sowie für den π -Recoil- und Wellenfunktionsrenormierterm gelten die folgenden Bezeichnungen:

$$\eta_i = E_i - m_N \quad ; \quad \tilde{E}_i = \sqrt{\vec{k}_i^2 + m_N^2} \quad ; \quad \tilde{E}_i' = \sqrt{\vec{k}_i'^2 + m_N^2}$$

$$\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{E}_i + m_N \quad ; \quad \tilde{\varepsilon}_i' = \tilde{E}_i' + m_N \quad ; \quad \tilde{e}_i = E_i + \tilde{E}_i \quad ; \quad \tilde{e}_i' = E_i' + \tilde{E}_i' \tag{V.20}$$

$$\vec{\tilde{k}}_i = \vec{p}_i + \vec{q} \quad , \quad \vec{\tilde{k}}_i' = \vec{p}_i - \vec{q}$$

Ferner gilt für den π -Paar-Term die Kinematik aus Fig. III.17. Weiterhin wird die Bezeichnung

$$V = g_{\pi NN}^2 \; \frac{F_{\pi NN}^2(k^2)}{k^2 + m_\pi^2} \; \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \tag{V.21}$$

verwendet.

Die Ladungsdichte des π -Paar-Termes läßt sich schreiben als:

$$\rho^{\pi\text{-Paar}} = \rho_1 + \rho_2 \tag{V.22}$$

mit

$$\rho_1 = \frac{V}{16 m_N^3} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \; F_1^S(q^2) \left\{ \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\tilde{k}}_1}{\tilde{e}_1} - \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\tilde{k}}_1'}{\tilde{e}_1'} \right.$$

$$- \frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{\tilde{\eta}_1}{\tilde{e}_1} + \frac{\tilde{\varepsilon}_1'}{\tilde{e}_1'} \right) (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) + \frac{1}{\varepsilon_1'} \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\tilde{e}_1} + \frac{\tilde{\eta}_1'}{\tilde{e}_1'} \right) (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1') \tag{V.22a}$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1') \left[\frac{\vec{\sigma}_1 \vec{\tilde{k}}_1'}{\tilde{e}_1'} - \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{\tilde{k}}_1}{\tilde{e}_1} \right] (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \Bigg\} \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2'}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\}$$

$$+ (1 \rightleftarrows 2)$$

$$\rho_2 = \frac{V}{32 m_N^4} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'}\; F_2^S(q^2) \Big\{ \Big(\frac{\tilde\varepsilon_1}{\tilde e_1} + \frac{\tilde\varepsilon_1'}{\tilde e_1'} \Big) (\vec\sigma_1 \vec q)$$

$$- \frac{1}{\varepsilon_1} \Big(\frac{(\vec\sigma_1 \cdot \vec q)(\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1)}{\tilde e_1} + \frac{(\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1')(\vec\sigma_1 \vec q)}{\tilde e_1'} \Big) (\vec\sigma_1 \cdot \vec p_1)$$

$$- \frac{1}{\varepsilon_1'} (\vec\sigma_1 \cdot \vec p_1') \Big(\frac{(\vec\sigma_1 \vec q)(\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1)}{\tilde e_1} + \frac{(\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1')(\vec\sigma_1 \cdot \vec q)}{\tilde e_1'} \Big) \qquad \text{(V.22b)}$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} \Big(\frac{\tilde\eta_1}{\tilde e_1} + \frac{\tilde\eta_1'}{\tilde e_1'} \Big) (\vec\sigma_1 \cdot \vec p_1'')(\vec\sigma_1 \vec q)(\vec\sigma_1 \cdot \vec p_1) \Big\} \Big\{ \frac{\vec\sigma_2' \cdot \vec p_2''}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec\sigma_2' \cdot \vec p_2}{\varepsilon_2} \Big\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

In der Näherung $E = m_N$ erhält man folgende Ladungsdichte:

$$\rho^{\pi\text{-Paar}}(E \cdot m_N) = \frac{V}{8 m_N^3} G_s^{\pi}(q^2)\, (\vec\sigma_1 \cdot \vec q)\, \vec\sigma_2' (\vec p_2' - \vec p_2) + (1 \rightleftarrows 2) \qquad \text{(V.23)}$$

mit

$$G_s^{\pi}(q^2) = F_1^S(q^2) + F_2^S(q^2) \qquad \text{(V.23a)}$$

Der Vektorstrom des π-Paar-Termes ist gegeben durch:

$$\vec j^{\,\pi\text{-Paar}} = \vec j_1 + \vec j_2 \qquad \text{(V.24)}$$

mit

$$\vec j_1 = \frac{V}{16 m_N^3} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'}\; F_1^S(q^2) \Big\{ \Big(\frac{\tilde\varepsilon_1}{\tilde e_1} - \frac{\tilde\varepsilon_1'}{\tilde e_1'} \Big) \vec\sigma_1$$

$$- \frac{1}{\varepsilon_1} \Big[\frac{\vec\sigma_1 (\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1)}{\tilde e_1} + \frac{(\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1')\, \vec\sigma_1}{\tilde e_1'} \Big] (\vec\sigma_1 \cdot \vec p_1)$$

$$+ \frac{1}{\varepsilon_1'} (\vec\sigma_1 \vec p_1') \Big[\frac{\vec\sigma_1 (\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1)}{\tilde e_1} + \frac{(\vec\sigma_1 \cdot \hat{\vec k}_1')\, \vec\sigma_1}{\tilde e_1'} \Big] \qquad \text{(V.24a)}$$

$$- \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} \Big(\frac{\tilde\eta_1}{\tilde e_1} - \frac{\tilde\eta_1'}{\tilde e_1'} \Big) (\vec\sigma_1 \cdot \vec p_1'')\, \vec\sigma_1 (\vec\sigma_1 \vec p_1) \Big\} \Big\{ \frac{\vec\sigma_2' \cdot \vec p_2''}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec\sigma_2 \cdot \vec p_2}{\varepsilon_2} \Big\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

$$\hat{J}_2 = = i\frac{V}{32m_N^4}\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1'\varepsilon_2\varepsilon_2'}\;F_2^S(q^2)\Big\{\frac{(\vec{\sigma}_1\times\vec{q})(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{k}_1')}{\tilde{\varepsilon}_1} - \frac{(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1')(\vec{\sigma}_1\times\vec{q})}{\tilde{\varepsilon}_1'}$$

$$-\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{\tilde{\varepsilon}_1'}{\tilde{\varepsilon}_1}-\frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\tilde{\varepsilon}_1'}\right)(\vec{\sigma}_1\times\vec{q})(\vec{\sigma}_1\vec{p}_1')-\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\tilde{\varepsilon}_1}-\frac{\tilde{\varepsilon}_1'}{\tilde{\varepsilon}_1'}\right)(\vec{\sigma}_1\vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1\times\vec{q})$$

$$+\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_1'}(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}_1')\left[\frac{(\vec{\sigma}_1\times\vec{q})(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1')}{\tilde{\varepsilon}_1}-\frac{(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1')(\vec{\sigma}_1\times\vec{q})}{\tilde{\varepsilon}_1'}\right](\vec{\sigma}_1\cdot\vec{p}_1)\Big\} \qquad \text{(V.24b)}$$

$$\cdot\left\{\frac{\vec{\sigma}_2\cdot\vec{p}_2'}{\varepsilon_2'}-\frac{\vec{\sigma}_2\cdot\vec{p}_2}{\varepsilon_2}\right\}+\quad(1\rightleftarrows 2)$$

In der Approximation $E = m_N$ erhält man für den Vektorstrom:

$$\hat{J}^{\pi\text{-Paar}}(E=m_N) = i\frac{V}{16m_N^4}G_3^M(q^2)(\vec{k}_1\times\vec{q})\vec{\sigma}_2(\vec{p}_2'-\vec{p}_2)$$

$$+\frac{V}{32m_N^4}F_1^S(q^2)\Big\{(\vec{\sigma}_1\times\vec{p})\times\vec{k}_1+\vec{p}\cdot\vec{\sigma}_1\left(\frac{\vec{q}}{2}-\vec{k}_1\right)\Big\}\vec{\sigma}_2(\vec{p}_2'-\vec{p}_2) \qquad \text{(V.25)}$$

$$+\frac{V}{32m_N^4}\left(\frac{3}{2}F_1^S(q^2)+2F_2^S(q^2)\right)\left[(\vec{\sigma}_1\times\vec{p})\times\vec{q}\right]\vec{\sigma}_2(\vec{p}_2'-\vec{p}_2)+(1\rightleftarrows 2)$$

mit der Definition

$$\vec{k}_1 = \vec{p}_1-\vec{p}_1'+\frac{1}{2}\vec{q} \qquad \text{(V.26)}$$

c) $\overline{\Pi}$-Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungsterm

Im Falle des Stromes (III.87) wird folgende Vereinbarung getroffen:

$$V^{(a)} = g_{\pi NN}^2 F_{\pi NN}^2(k^2)\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2$$

$$\cdot\frac{1}{4\omega}\left[\frac{1}{(E_1'-\tilde{E}_1'-\omega)(E_1-\tilde{E}_1-\omega)}-\frac{1}{(E_1-E_1'-\omega)(\tilde{E}_1'-E_1'-\omega)}\right] \qquad \text{(V.27)}$$

Damit ergibt sich für die Ladungsdichte und den Vektorstrom aus (III.87):

$$
\begin{aligned}
S_a^{RWF} = &- V^{(a)} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \left\{ \frac{F_1^S(q^2)}{16 m_N^3} \left[\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{k}}_a' + \frac{\tilde{\eta}_a'}{\varepsilon_a} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1 \right.\right. \\
&- \frac{\tilde{\varepsilon}_a'}{\varepsilon_a'} \vec{\sigma}_1 \vec{p}_1' - \frac{1}{\varepsilon_a \varepsilon_a'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1') (\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{k}}_a') (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \left.\right] \\
&- \frac{F_2^S(q^2)}{32 m_N^4} \left[\tilde{\eta}_a' (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q}) - \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{k}}_a') (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q}') (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \right. \qquad \text{(V.28)} \\
&\left. \left. - \frac{1}{\varepsilon_a'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_a') (\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{k}}_a') (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q}) + \frac{\tilde{\varepsilon}_a'}{\varepsilon_a \varepsilon_a'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_a') (\vec{\sigma}_1 \vec{q}') (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_a) \right] \right\} \\
&\times \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2''}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\} + (1 \rightleftharpoons 2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\vec{j}_a^{RWF} = &- V^{(a)} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \left\{ \frac{F_1^S(q^2)}{16 m_N^3} \left[\tilde{\eta}_a' \vec{\sigma}_1 + \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{k}}_a') \vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right.\right. \\
&\left. - \frac{1}{\varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1') (\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{k}}_a') \vec{\sigma}_1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_a'}{\varepsilon_a \varepsilon_a'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_a') \vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \right] \\
&+ \frac{i F_2^S(q^2)}{32 m_N^4} \left[(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{k}}_a') (\vec{\sigma}_1 \times \vec{q}) - \frac{\tilde{\eta}_a'}{\varepsilon_a} (\vec{\sigma}_1 \times \vec{q}) (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right. \qquad \text{(V.29)} \\
&\left. \left. - \frac{\tilde{\varepsilon}_a'}{\varepsilon_a'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_a') (\vec{\sigma}_1 \times \vec{q}) + \frac{1}{\varepsilon_a \varepsilon_a'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_a') (\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{k}}_a') (\vec{\sigma}_1 \times \vec{q}) (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right] \right\} \\
&\times \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2''}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\} + (1 \rightleftharpoons 2)
\end{aligned}
$$

Im Falle des Stromes (III.89) gilt die Vereinbarung:

$$V^{(L)} = g_{\pi NN}^2 \; F_{\pi NN}^2(L^2) \; \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

$$\cdot \frac{1}{4\omega} \left[\frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_1' - \omega)(\varepsilon_2 - \hat{\varepsilon}_2 - \omega)} - \frac{1}{(\varepsilon_1' - \varepsilon_2 - \omega)(\hat{\varepsilon}_2 - \varepsilon_2 - \omega)} \right] \tag{V.30}$$

Die Ladungsdichte und der Vektorstrom von (III.89) sind damit gegeben durch:

$$S_L^{RWF} = V^{(L)} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \left\{ \frac{F_1^2(q^2)}{16 m_N^3} \left[\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{L}}_2 - \frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\varepsilon_1} \vec{\sigma}_1 \vec{p}_1 \right.\right.$$

$$\left. + \frac{\tilde{\eta}_1}{\varepsilon_1'} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1' - \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{L}}_2)(\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right]$$

$$+ \frac{F_2^2(q^2)}{32 m_N^4} \left[\tilde{\eta}_1 (\vec{\sigma}_1 \vec{q}) - \frac{1}{\varepsilon_1} (\vec{\sigma}_1 \vec{q})(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{L}}_2)(\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right. \tag{V.31}$$

$$\left. \left. - \frac{1}{\varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1 \vec{q})(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{L}}_2) + \frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1 \vec{q})(\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right] \right\}$$

$$\cdot \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2'}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

$$\vec{J}_L^{RWF} = V^{(L)} \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_1' \varepsilon_2 \varepsilon_2'} \left\{ \frac{F_1^2(q^2)}{16 m_N^3} \left[\tilde{\gamma}_1 \vec{\sigma}_1 - \frac{1}{\varepsilon_1} \vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{L}}_2)(\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right.\right.$$

$$\left. + \frac{1}{\varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1') \vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{L}}_2) - \frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1') \vec{\sigma}_1 (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right]$$

$$+ \frac{i F_2^2(q^2)}{32 m_N^4} \left[(\vec{\sigma}_1 \times \vec{q})(\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{L}}_2) - \frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\varepsilon_1} (\vec{\sigma}_1 \times \vec{q})(\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right. \tag{V.32}$$

$$\left. \left. - \frac{\tilde{\eta}_1}{\varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1 \times \vec{q}) + \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_1'} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1')(\vec{\sigma}_1 \times \vec{q})(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{L}}_2)(\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) \right] \right\}$$

$$\cdot \left\{ \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2'}{\varepsilon_2'} - \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2}{\varepsilon_2} \right\} + (1 \rightleftarrows 2)$$

Im Abschnitt III. wurde bereits erwähnt, daß sich der Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungsstrom in der Approximation $E = m_N$ exakt gegeneinander wegheben, was aus den Energienennern in (V. 27) und (V. 30) klar ersichtlich ist.

Die Impulsdarstellungen der unter a - c aufgeführten Ladungsdichten und Vektorströmen hängen über die Kinematik des Breit-Systems (V.1) von den Relativimpulsen $\vec{p}$ und $\vec{p}'$ des Anfangs- und Endzustandes des 2-Teilchen-Systems sowie vom Impulsübertrag $\vec{q}$ ab. Diese Tatsache erlaubt eine Klassifikation dieser Operatoren nach irreduziblen Tensoren in folgender Weise:

$$\mathcal{J}^{(L)}_{\lambda}(\vec{p},\vec{p}',\vec{q}) = F(p,p',q,x,y,z)\, T^{(0)}_{0}\, Q^{(L)}_{\lambda}(\hat{p},\hat{p}',\hat{q}) \qquad (V.33)$$

Hierbei ist F eine skalare Funktion der Impulsbeiträge p, p' und q und des folgenden Richtungskosinus:

$$\begin{aligned} x &= \hat{p}\cdot\hat{q} \\ y &= \hat{p}'\cdot\hat{q} \\ z &= \hat{p}\,\hat{p}' \end{aligned} \qquad (V.34)$$

Der irreduzible Tensoroperator $Q^{(L)}_{\lambda}(\hat{p},\hat{p}',\hat{q})$ ist definiert als:

$$Q^{(L)}_{\lambda}(\hat{p},\hat{p}',\hat{q}) = \Big[\big[Y^{(k_1)}(\hat{q}) \times \mathcal{Y}_{(k_1k_3)k}(\hat{p},\hat{p}')\big]^{(K)} \times S^{(\Sigma)}_{(\sigma_1\sigma_2)}\Big]^{(L)}_{\lambda} \qquad (V.35)$$

mit

$$\mathcal{Y}_{(k_1k_3)k}(\hat{p},\hat{p}') = \big[Y^{(k_1)}(\hat{p}) \times Y^{(k_3)}(\hat{p}')\big]^{(k)} \qquad (V.36)$$

und dem Spinoperator

$$\mathcal{S}^{(\Lambda)}(\sigma_1,\sigma_2) = \left[\sigma_1^{(1)} \times \sigma_2^{(2)}\right]^{(\Lambda)} \qquad \text{(V.37)}$$

Der Isospinoperator $T_0^{(0)}$ ist gegeben durch:

$$T_0^{(0)} = \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \qquad \text{(V. 38)}$$

Um Matrixelemente des Operators (V.33) mittels (V.3) zu berechnen, wird zunächst der Tensoroperator (V.35) entkoppelt. Im Photonsystem mit $\vec{q} = \vec{e}_z$ ergibt sich folgender Ausdruck:

$$Q_\lambda^{(L)}(\hat{p},\hat{p}',\vec{q}) = (-)^{K-\Lambda+\lambda+k_1+k_2-k_3-k}\sqrt{\frac{L\,\tilde{K}\,\tilde{k}\,\tilde{k}_1}{4\pi}}$$

$$\cdot \sum_{M_\Lambda M_K m_{k_2} m_{k_3}} (-)^{m_{k_3}} \begin{pmatrix} K & \Lambda & L \\ M_K & M_\Lambda & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & K & K \\ 0 & M_K & -M_K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & k_3 & k \\ m_{k_2} & m_{k_3} & -M_K \end{pmatrix} \qquad \text{(V.39)}$$

$$\cdot Y^{*(k_3)}_{-m_{k_3}}(\hat{p}')\, Y^{(k_2)}_{m_{k_2}}(\hat{p})\, \mathcal{S}^{(\Lambda)}_{M_\Lambda}(\sigma_1,\sigma_2)$$

Setzt man diesen Operator in (V.3) ein, so erhält man mit den Deuteron-Wellenfunktionen (IV.41) das Matrixelement:

$$\langle j=1\ M_f \,|\, \mathcal{T}^{(L)}_\lambda \,|\, j=1\, M_i\rangle = (-)^{K-\Lambda+\lambda+k_1+k_2-k_3-k+M_f+M_i-1}$$

$$\cdot \frac{2}{(4\pi)^{3/2}}\sqrt{L\,\tilde{\Lambda}\,\tilde{\lambda}\,\tilde{s}_1\,\tilde{s}_2\,\tilde{k}_3}\ \langle 1\|\mathcal{S}^{(\Lambda)}(\sigma_1,\sigma_2)\|1\rangle\ \langle 0\|\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2\|0\rangle \qquad \text{(V.40)}$$

$$\cdot \sum_{\ell\ell'\ell s\tau S} (-)^{\ell+\ell'}\sqrt{\hat{\ell}\,\hat{\ell}\,\hat{\ell}\,\hat{s}}\begin{pmatrix} k_2 & \ell & s \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ell' & k_3 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\cdot C^{\ell s;\tau S}_{\ell\ell'}(k_1,k_2,k_3,k,K,\Lambda)\int pp'\,dp\,dp'\,u_\ell(p)\,u_{\ell'}(p')\,I^{\ell s}_{S\tau}(p,p',q)$$

Hierbei gilt für den Koeffizienten C:

$$C_{\xi l}^{\ell g;\varsigma\gamma}(k_1,k_2,k_3,k,K,\Lambda) =$$

$$= \sum_{M_K M_\Lambda m_{k_1} m_{k_3} m_{\ell'} m_{s'} m_\ell m_s} (-)^{m_{k_1}-m_{s'}+\varsigma+\gamma} \begin{pmatrix} \ell' & 1 & 1 \\ m_\ell' & m_s'-M_\ell & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & 1 & 1 \\ m_\ell & m_s & -M_\ell \end{pmatrix} \tag{V.41}$$

$$\cdot \begin{pmatrix} 1 & \Lambda & 1 \\ -m_s' & M_\Lambda & m_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K & \Lambda & L \\ M_K & M_\Lambda & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & k & K \\ 0 & M_K & -M_K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & k_3 & k \\ m_{k_1} & m_{k_3} & -M_K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell' & k_3 & \ell \\ m_{\ell'} & -m_{k_3} & -\varsigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & \ell & g \\ m_{k_2} & m_\ell & -\gamma \end{pmatrix}$$

Das Integral $I_{\varsigma\gamma}^{\ell g}$ ist gegeben durch:

$$I_{\varsigma\gamma}^{\ell g}(p,p',q) = \int d\hat{p}\, d\hat{p}'\, Y_\varsigma^{*(\ell)}(\hat{p}')\, Y_\gamma^{(g)}(\hat{p})\, F(p,p',q,x,y,z) \tag{V.42}$$

Im Folgenden gilt es nun, das Integral (V.42) weiter auszuwerten. Die Kugelfunktionen in diesem Integral sind in Impulsdarstellung gegeben durch /63/:

$$Y_\gamma^{(g)}(\hat{p}) = (\mp)^{|\gamma|} \sqrt{\frac{g}{4\pi}} \sqrt{\frac{(g-|\gamma|)!}{(g+|\gamma|)!}}\, P_g^{|\gamma|}(\cos\vartheta_p)\, e^{i\gamma\varphi_p}, \quad \begin{cases} \text{"}-\text{"}, & \gamma \geq 0 \\ \text{"}+\text{"}, & \gamma < 0 \end{cases} \tag{V.43}$$

wobei $P_g^{|\gamma|}$ ein assoziiertes Legendre-Polynom ist. Weiterhin gilt im Photonsystem

$$\begin{aligned} x &= \cos\vartheta_p \\ y &= \cos\vartheta_{p'} \end{aligned} \tag{V.44}$$

Darüber hinaus ist der Richtungskosinus z keine unabhängige Variable bezüglich x und y. Es gilt:

$$z = z(x, y, \varphi_\rho - \varphi_{\rho'}) = x\,y + \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\,\cos(\varphi_\rho - \varphi_{\rho'}) \qquad \text{(V.45)}$$

Damit kann (V. 42) geschrieben werden als:

$$I^{\ell g}_{\gamma\delta}(f, f', \gamma) = (i)^{|\gamma|}(-i)^{|\delta|}\frac{1}{4\pi}\sqrt{\hat{\ell}\,\hat{g}}\sqrt{\frac{(\ell-|\gamma|)!\,(g-|\gamma|)!}{(\ell+|\gamma|)!\,(g+|\gamma|)!}}$$

$$\cdot \int_{-1}^{1} dx\,dy\; P_\ell^{|\gamma|}(y)\,P_g^{|\gamma|}(x) \int_0^{2\pi} d\varphi_\rho\, d\varphi_{\rho'}\, F(\rho, \rho', q, x, y, z(x, y, \varphi_\rho - \varphi_{\rho'})) \qquad \text{(V.46)}$$

$$\cdot\, e^{-i[\gamma\varphi_\rho - \delta\varphi_{\rho'}]}$$

Da die Funktion F implizit nur von der Differenz der Winkel φ_ρ und $\varphi_{\rho'}$ abhängt, werden folgende neue Integrationsvariablen eingeführt:

$$\Phi = \tfrac{1}{2}(\varphi_\rho + \varphi_{\rho'})$$

$$\Psi = \varphi_\rho - \varphi_{\rho'} \qquad \text{(V.47)}$$

Die Funktionaldeterminante dieser Transformation hat den Wert 1. Durch diese Transformation ändert sich das Integrationsgebiet in folgender Weise:

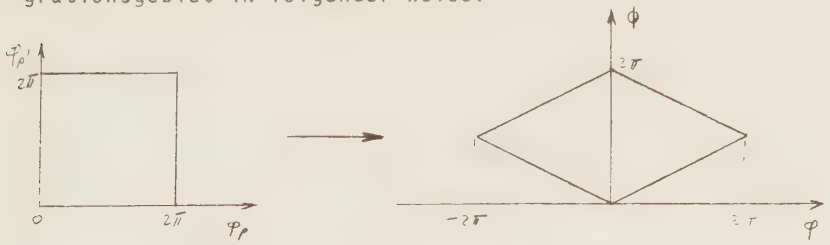


Fig. V.3

Damit läßt sich die Integration über Φ leicht ausführen.

Man erhält:

$$I_\varphi = \begin{cases} 2\pi - |\varphi| \quad , \quad \gamma = g \\ -\frac{2}{\gamma - g} \sin\left(\frac{\gamma - g}{2} |\varphi|\right) \quad , \quad g \neq \gamma \end{cases} \tag{V.48}$$

Es stellt sich heraus, daß die Integration über φ mit (V.48) für den Fall $\gamma \neq g$ keine Beiträge liefern kann, da es sich bei F um eine gerade Funktion bezüglich φ im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$ handelt. Für den Fall $\gamma = g$ ergibt sich mit (V.48):

$$I_\gamma^{fg}(p,p',q) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\tilde{f}\,\tilde{g}} \sqrt{\frac{(f-|\gamma|)!\,(g-|\gamma|)!}{(f+|\gamma|)!\,(g+|\gamma|)!}}$$

$$\cdot \int_{-1}^{1} dx \int_{-1}^{1} dy\, P_f^{|\gamma|}(y)\, P_g^{|\gamma|}(x) \int_0^{2\pi} d\varphi\, F(p,p',q,x,y,z(x,y,\varphi)) \cos(\gamma\varphi)(2\pi - |\varphi|) \tag{V.49}$$

In den 3-j-Symbolen des Koeffizienten (V.41) ist $g = \gamma$ zu ersetzen.

Für das Matrixelement eines nach (V.33) klassifizierten Austauschoperators ergibt sich also im Impulsraum:

$$\langle J{=}1\, M_f |\, \mathcal{O}_\lambda^{(L)}(1,2)\, | J{=}1, M_i \rangle + (1 \rightleftarrows 2)$$

$$= \frac{3}{(4\pi)^{3/2}} \sqrt{\tilde{L}\,\tilde{K}\,\tilde{k}\,\tilde{k}_1\,\tilde{k}_2\,\tilde{k}_3}\; \langle 1 \| \rho^{(1)}(\sigma_1 \sigma_2) \| 1 \rangle \langle 0 \| \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \| 0 \rangle$$

$$\cdot \sum_{\ell \ell' f g \gamma} (-)^{\ell+\ell'} \sqrt{\tilde{\ell}\,\tilde{\ell}'\,\tilde{g}\,\tilde{f}} \begin{pmatrix} k_2 & \ell & g \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell' & k_3 & f \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{V.50}$$

$$\cdot \left[1 + (-)^{k_1 + k_2 + k_3 + k_4 - \Lambda + L + \lambda}\right] C_{\ell\ell'}^{fg,\gamma}(k_1, k_2, k, \ldots, K, \Lambda)$$

$$\cdot \int p\, p'\, dp\, dp'\, u_\ell(p)\, u_{\ell'}(p')\, I_\gamma^{fg}(p,p',q)$$

Für das reduzierte Isospinmatrixelement erhält man:

$$\langle 0 \| \vec{\tau}_1\, \vec{\tau}_2 \| 0 \rangle = -3\,0 \tag{V.51}$$

Damit sind die Grundlagen zur numerischen Berechnung von Matrixelementen effektiver elektromagnetischer Operatoren im Impulsraum dargestellt. Mit Hilfe dieser Matrixelemente lassen sich die in Abschnitt II. definierten Formfaktoren bestimmen.

VI. Diskussion der numerischen Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die numerischen Ergebnisse für den Coulomb- und Quadrupolformfaktor sowie für den elektrischen Formfaktor des Deuterons diskutiert. Coulomb- und Quadrupolformfaktor lassen sich aus den im vorhergehenden Abschnitt berechneten Matrixelementen über Gleichung (II.40) bestimmen. Hieraus kann mittels (II.45) der elektrische Deuteron-Formfaktor ermittelt werden.

Alle Rechnungen wurden mit den in Abschnitt II.2 bestimmten Deuteron-Wellenfunktionen durchgeführt, die mit Hilfe des mesonentheoretischen Potentials HM3 /15/ berechnet wurden.

Sofern nichts anderes erwähnt ist, wurde für die $\varsigma\pi\gamma$-Kopplungskonstante der Wert /52/

$$g_{\varsigma\pi\gamma} = 0.38 \qquad \text{(VI.1)}$$

sowie der $\varsigma\pi\gamma$-Formfaktor

$$F_{\varsigma\pi\gamma}(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{m_\varsigma^2}\right)^{-1} \qquad \text{(VI.2)}$$

verwendet /22/, der sich aus dem Vektor-Dominanz-Modell ergibt.

Es werden 2 Bereiche für den Impulsübertrag des Elektrons an das Deuteron betrachtet: a) Der Bereich niedriger und mittlerer Impulsüberträge $0\,fm^{-2} \leq q^2 \leq 60\,fm^{-2}$
b) der Bereich hoher Impulsüberträge $50\,fm^{-2} \leq q^2 \leq 200\,fm^{-2}$

In diesen beiden Bereichen werden die relativen Beiträge der einzelnen in Kapitel III. hergeleiteten Austauscheffekte - dargestellt durch die entsprechenden effektiven Operatoren - diskutiert. Insbesondere interessiert hier der Vergleich der Ergebnisse, die mit den in Abschnitt V.

angegebenen exakten Operatoren berechnet wurden, mit denen, die durch die niedrigste Ordnung der Entwicklung nach $\frac{E}{m_N}$ approximiert wurden. Hierbei ist "exakt" in dem in Kapitel IV. beschriebenen Sinne zu verstehen. Wir bezeichnen die exakten Ergebnisse mit $E \neq m_N$ und die approximierten mit $E = m_N$, wobei die Energie E des entsprechenden Nukleons durch (V.2) gegeben ist.

Darüber hinaus ist im Falle des $\rho\pi\gamma$-Stromes der Einfluß der endlichen Zerfallsbreite des ρ-Mesons von Interesse. Dieser Effekt kann durch die folgende Ersetzung des ρ-Meson-Propagators in (V.16) beschrieben werden /66,67/:

$$\frac{1}{k^2 + m_\rho^2} \longrightarrow \frac{1 + \frac{8\,\Gamma_\rho\, m_\pi}{m_\rho^2\,\pi}}{k^2 + m_\rho^2 + \frac{(k^2+4m_\pi^2)\,\Gamma_\rho\,\alpha(k^2)}{m_\pi}} \qquad \text{(VI.3)}$$

mit

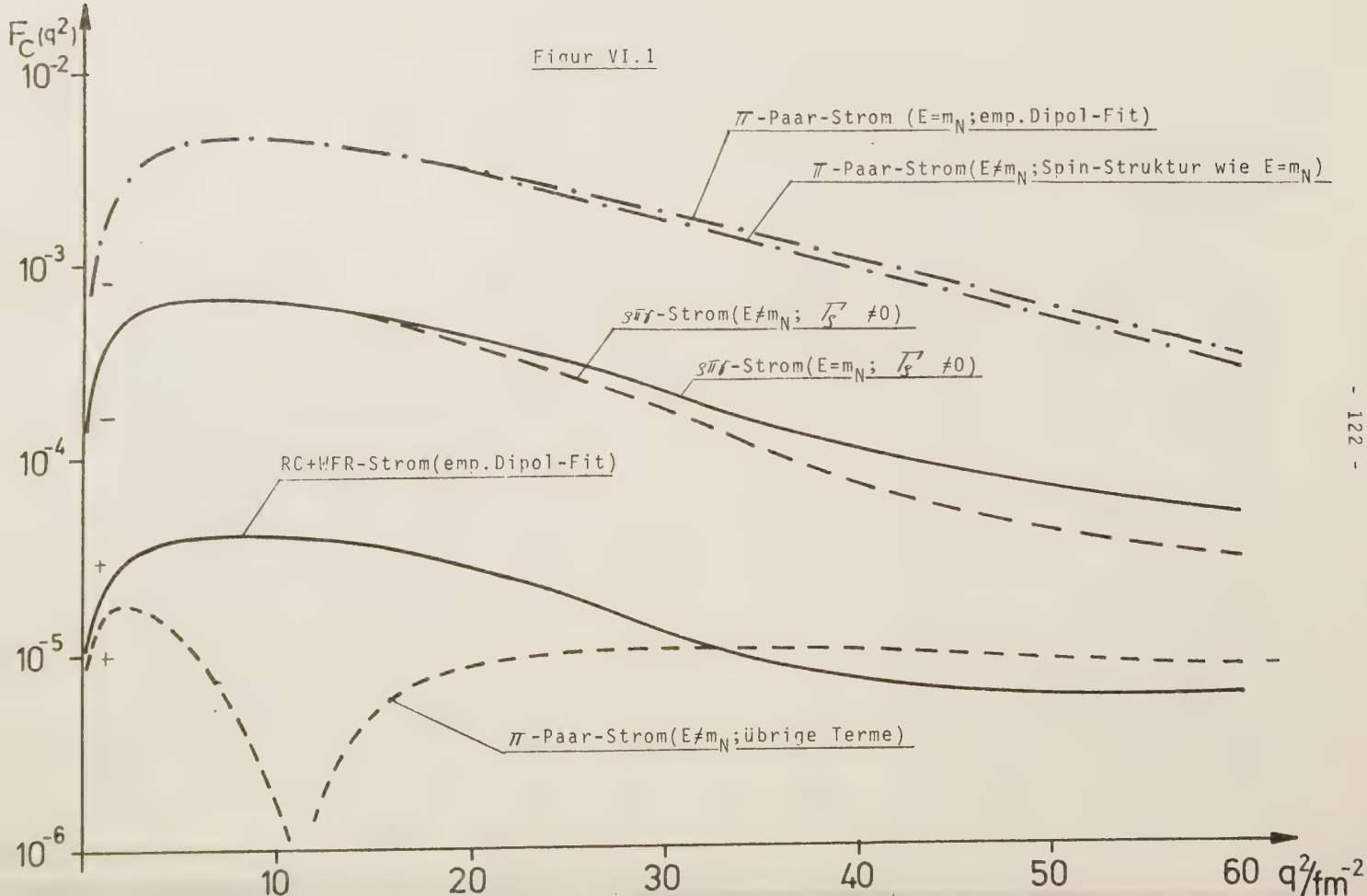
$$\alpha(k^2) = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{k^2+4m_\pi^2}{k^2}}\,\ln\left(\frac{\sqrt{k^2+4m_\pi^2}+\sqrt{k^2}}{2m_\pi}\right) \qquad \text{(VI.4)}$$

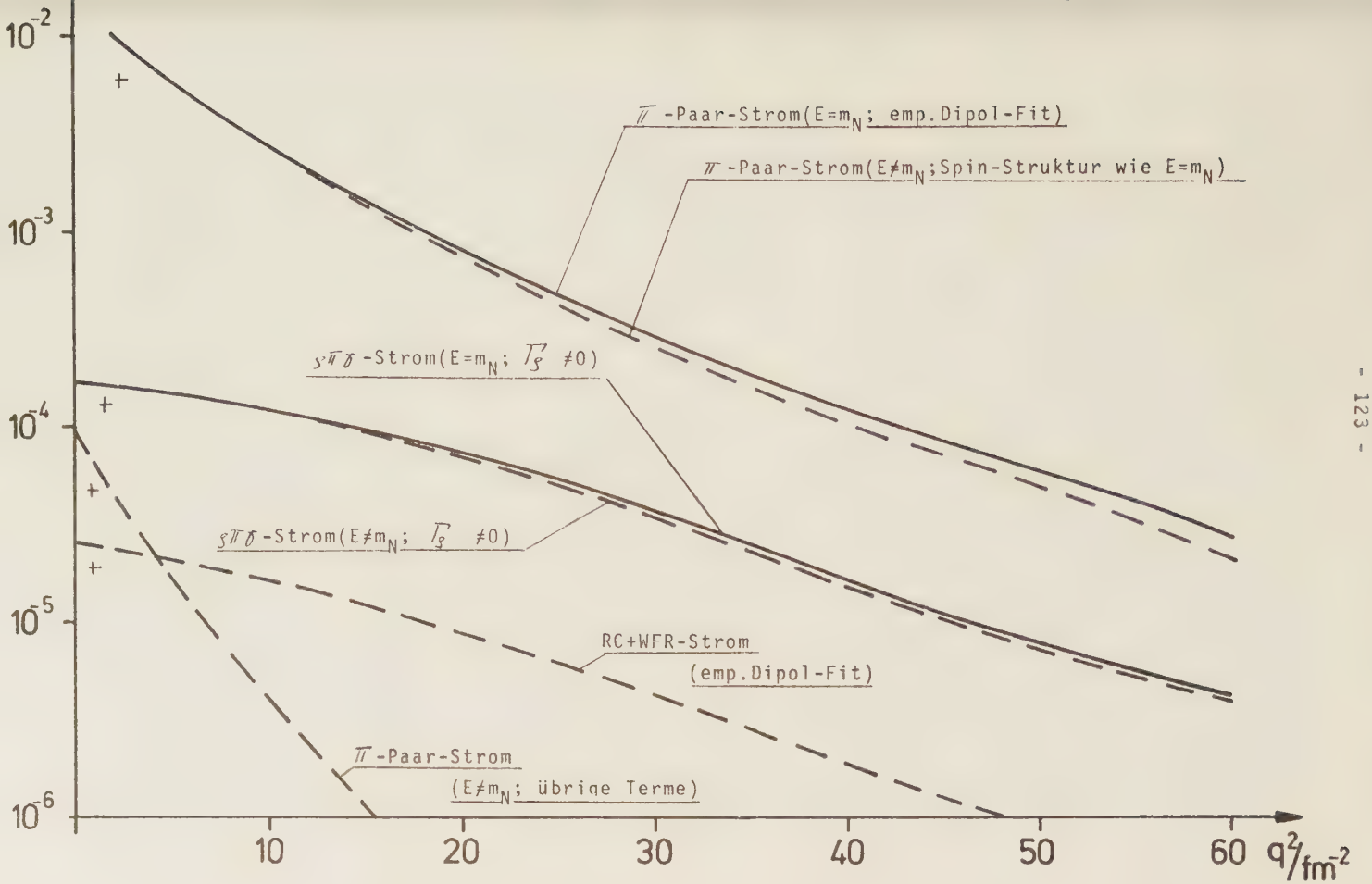
Die totale Zerfallsbreite des ρ-Mesons ist $\Gamma_\rho = 112\,MeV$.

Im Zusammenhang mit der Diskussion der Gesamtergebnisse wird die Impuls-Näherung erörtert.

a) Impulsüberträge: $0\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 60\ fm^{-2}$

Die Figuren VI.1 und VI.2 zeigen die Beiträge des π-Paar-Stromes, des π-Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungs-Termes (RC+WFR) sowie des $\rho\pi\gamma$-Stromes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor des Deuterons. Für die elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren wurde im Falle des π-Paar-Stromes und RC+WFR der empirische Dipol-Fit verwendet.


Figur VI.1
$F_C(q^2)$
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
π-Paar-Strom ($E=m_N$;emp.Dipol-Fit)
π-Paar-Strom($E\neq m_N$;Spin-Struktur wie $E=m_N$)
$s\pi f$-Strom($E\neq m_N$; $f_S' \neq 0$)
$s\pi f$-Strom($E=m_N$; $f_S' \neq 0$)
RC+WFR-Strom(emp.Dipol-Fit)
π-Paar-Strom($E\neq m_N$;übrige Terme)
10
20
30
40
50
60 q^2/fm^{-2}


10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10
20
30
40
50
60
q^2/fm^{-2}
π-Paar-Strom(E=m_N; emp.Dipol-Fit)
π-Paar-Strom(E≠m_N;Spin-Struktur wie E=m_N)
$s\pi\gamma$-Strom(E=m_N; Γ_S ≠0)
$s\pi\gamma$-Strom(E≠m_N; Γ_S ≠0)
RC+WFR-Strom
(emp.Dipol-Fit)
π-Paar-Strom
(E≠m_N; übrige Terme)

Das Interesse ist auf den Vergleich der exakten Rechnungen ($E \neq m_N$) mit den durch die Approximation $E = m_N$ bestimmten Ergebnissen gerichtet. Es zeigt sich, daß im betrachteten Impulsintervall der π-Paar-Term eine dominierende Rolle spielt. Beim Coulomb-Formfaktor ist er bis etwa 10 fm^{-2} fast eine Zehnerpotenz, beim Qudrupolformfaktor bis etwa 20 fm^{-2} eine bis zwei Zehnerpotenzen größer als der $\gamma\pi\gamma$-Strom. Für die exakte Rechnung wurde die Ladungsdichte des π-Paar-Terms (V.22a,b) in 2 Anteile aufgespalten. Zum einen wurde der Anteil untersucht, welcher die gleiche Spin-Struktur besitzt wie die approximierte Ladungsdichte (V.23). Der Beitrag dieses Anteils ist in den Figuren II.1,2 mit "Spin-Struktur wie $E=m_N$" gekennzeichnet. Zum anderen sind die Beiträge der verbleibenden Terme in den Figuren VI.1,2 mit der Bezeichnung "übrige Terme" veranschaulicht.

Es stellt sich sowohl beim Coulomb- als auch beim Quadrupolformfaktor heraus, daß der Anteil der Ladungsdichte mit der gleichen Struktur wie die approximierte Ladungsdichte die wesentlichen Beiträge liefert. Die Beiträge der übrigen Terme liegen beim Coulombformfaktor in der Größenordnung 10^{-5} und wechseln bei etwa 12 fm^{-2} das Vorzeichen. Beim Quadrupolformfaktor ist ein steiler Abfall der übrigen Terme zwischen $q^2 = o\ fm^{-2}$ und $q^2 = 16\ fm^{-2}$ unter 10^{-6} festzustellen. Hieraus ist ersichtlich, daß diese Anteile der Ladungsdichte eine untergeordnete Rolle spielen. Insbesondere zeigt sich, daß diejenigen Teile der Ladungsdichte, die durch die Verbindung der kleinen Komponenten der Spinoren (IV.25) entstanden sind, vernachlässigbar kleine Beiträge liefern.

Betrachtet man den Unterschied zwischen den Beiträgen der approximierten Ladungsdichte und der exakten mit der gleichen Struktur, so ist aus den Figuren VI.1,2 ersichtlich, daß sich hier keine erheblichen Differenzen ergeben. Beim Coulombformfaktor liegen die relativen Abweichungen bis etwa 25 fm^{-2} zwischen 1% und 2%. Ein ähnliches Ver-

halten liegt beim Quadrupolformfaktor bis zu einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 10\ fm^{-2}$ vor. Hier liegen die relativen Abweichungen zwischen 2% und 7%. Erst bei höheren Impulsüberträgen sind merkliche Abweichungen zwischen den exakten und approximierten Ergebnissen festzustellen. Im Falle des Coulombformfaktors liegen die größten relativen Abweichungen im Intervall $25\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 60\ fm^{-2}$ bei 7%. Im Bereich $10\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 60\ fm^{-2}$ liegen die exakten Ergebnisse des Quadrupolformfaktors um einen Faktor 1.1 bis 1.4 unter den mit der Näherung $E=m_N$ berechneten.
Insgesamt sind bei den Beiträgen des π-Paar-Termes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor keine erheblichen Unterschiede zwischen den exakten Ergebnissen und den durch die Approximation $E=m_N$ bestimmten festzustellen. In jedem Falle jedoch bewirkt die exakte Rechnung eine Absenkung der Beiträge gegenüber den approximierten Ergebnissen.

An dieser Stelle sei noch auf eine andere Möglichkeit der Näherung hingewiesen. Setzt man alle Nukleonen-Energien so fest, daß jedes Nukleon den Impulsübertrag $\frac{(P'}{4}$ erhält - d.h. Gleichverteilung des Impulsübertrages auf die Nukleonen des 2-Teilchen-Systems im Anfangs- und Endzustand -, so ergeben sich keine wesentlichen Unterschiede zur Approximation $E=m_N$. In dem hier betrachteten Impulsintervall liegen die relativen Abweichungen in bezug auf die $E=m_N$-Näherung bei 2%.

Im Falle des $\rho\pi\gamma$-Stromes ist für die in den Figuren VI.1,2 dargestellten Kurven sowohl bei der $E=m_N$-Näherung als auch für die exakten Rechnungen die endliche Zerfallsbreite des ρ-Mesons gemäß (VI.3-4) berücksichtigt worden. Merkliche Differenzen zwischen den Ergebnissen der exakten Rechnung und der Approximation $E=m_N$ sind für den Coulomb- und Quadrupolformfaktor ab $q^2 = 15\ fm^{-2}$ festzustellen. Unterhalb dieses Impulsübertrages sind die relativen Abweichungen beim Coulombformfaktor kleiner

als 5%, beim Quadrupolformfaktor kleiner als 1%. Die exakte Rechnung liefert auch hier im gesamten betrachteten Impulsbereich eine Verkleinerung der Beiträge sowohl zum Coulomb- als auch zum Quadrupolformfaktor. Wiederum stellt sich heraus, daß die Anteile der exakten Ladungsdichte (V.15), die durch die Verbindung der kleinen Komponenten der Nukleon-Spinoren entstanden sind, vernachlässigbar kleine Beiträge liefern. Der Hauptbeitrag des $\rho\pi\rho$-Stromes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor stammt von dem Anteil der Ladungsdichte (V.15), welcher die gleiche Struktur besitzt wie (V.17). Bei Gleichverteilung des Impulsübertrages auf die Nukleonen des 2-Teilchen-Systems im Anfangs- und Endzustand ergeben sich identisch die gleichen Ergebnisse wie bei der Näherung $E=m_N$.

Insgesamt zeigt sich im Bereich $15\ \mathrm{fm}^{-2} \leqq q^2 \leqq 60\ \mathrm{fm}^{-2}$, daß die Beiträge des $\rho\pi\rho$-Stromes zum Coulombformfaktor für die Approximation $E=m_N$ um einen Faktor 1.1 bis 1.75 größer sind als die exakten Ergebnisse. Die Abweichungen beim Quadrupolformfaktor bleiben im Prozentbereich (1%-2%). Somit sind für den $\rho\pi\rho$-Strom die Unterschiede zwischen exakter Rechnung und Näherung beim Coulombformfaktor deutlicher, beim Quadrupolformfaktor weniger deutlich als beim π-Paar-Strom.

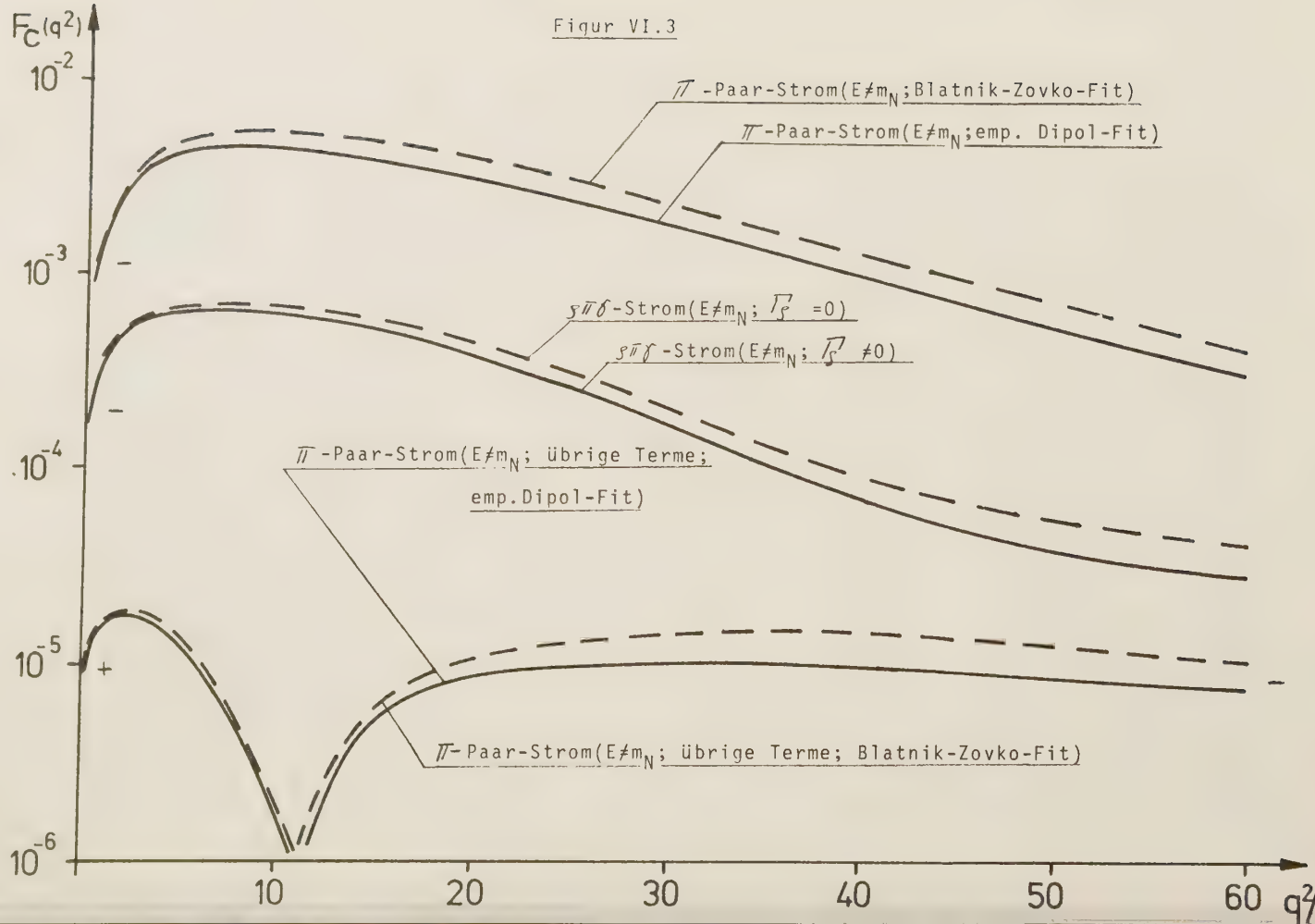
Der RC+WFR-Strom liefert im hier betrachteten Impulsbereich wesentlich kleinere Beiträge als der π-Paar-Term und der $\rho\pi\rho$-Strom. Die Beiträge zum Coulombformfaktor sind um 2 Größenordnungen kleiner als die des π-Paar-Stromes und um 1 Größenordnung kleiner als die des $\rho\pi\rho$-Termes. Auch im Falle des Quadrupolformfaktors liefert der RC+WFR-Strom erheblich kleinere Beiträge als der π-Paar-Strom. Die führenden Beiträge des RC+WFR-Stromes stammen aus den ersten 3 Summanden der Ladungsdichten (V.28) und (V.31), die proportional $F_1(q^2)$ sind, sowie aus dem ersten Summanden dieser Operatoren proportional zu $F_2(q^2)$.

Hier ist wiederum ersichtlich, daß die Verbindung der kleinen Komponenten der Nukleon-Spinoren eine untergeordnete Rolle spielt. Die Kleinheit der Beiträge des RC+WFR-Stromes ist im wesentlichen auf die Differenz der Energienenner in (V.27) und (V.30) zurückzuführen, da die Tensorstruktur die gleiche bleibt. Insgesamt gesehen sind die Beiträge des RC+WFR-Stromes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor des Deuterons im hier betrachteten Impulsintervall von untergeordneter Bedeutung.

In Figur VI.3 sind die Beiträge des π-Paar-Termes für den Fall zweier verschiedener Fits der elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren sowie die Beiträge des $\rho\pi\gamma$-Stromes mit $F_\rho = 0$ und $F_\rho \neq 0$ zum Coulombformfaktor des Deuterons aufgetragen. Der π-Paar-Term wurde zum einen mit den Nukleon-Formfaktoren des empirischen Dipol-Fits /39/, zum anderen mit den Formfaktoren des Blatnik-Zovko-Fits /49,50/ berechnet. In beiden Fällen wurden die exakten Ladungsdichten verwendet.

Es zeigt sich, daß der Blatnik-Zovko-Fit im gesamten betrachteten Impulsintervall zwischen 3% und 50% größere Beiträge liefert als der empirische Dipol-Fit. Die Berücksichtigung der endlichen Zerfallsbreite des ρ-Mesons gemäß (VI.3-4) bewirkt eine Verkleinerung des Beitrages des $\rho\pi\gamma$-Stromes zum Coulombformfaktor. Diese Verkleinerung beträgt bis $q^2 \approx 10$ fm^{-2} maximal 10%. Für den Bereich zwischen $q^2=10$ fm^{-2} und $q^2=60$ fm^{-2} ergibt sich eine Verkleinerung bis zu 50%.

Insgesamt läßt sich sagen, daß die Verwendung des empirischen Dipol-Fits oder des Blatnik-Zovko-Fits für die Nukleon-Formfaktoren bei der Berechnung des Beitrages des π-Paar-Stromes zum Coulombformfaktor des Deuterons deutliche aber keine erheblichen Unterschiede im be-

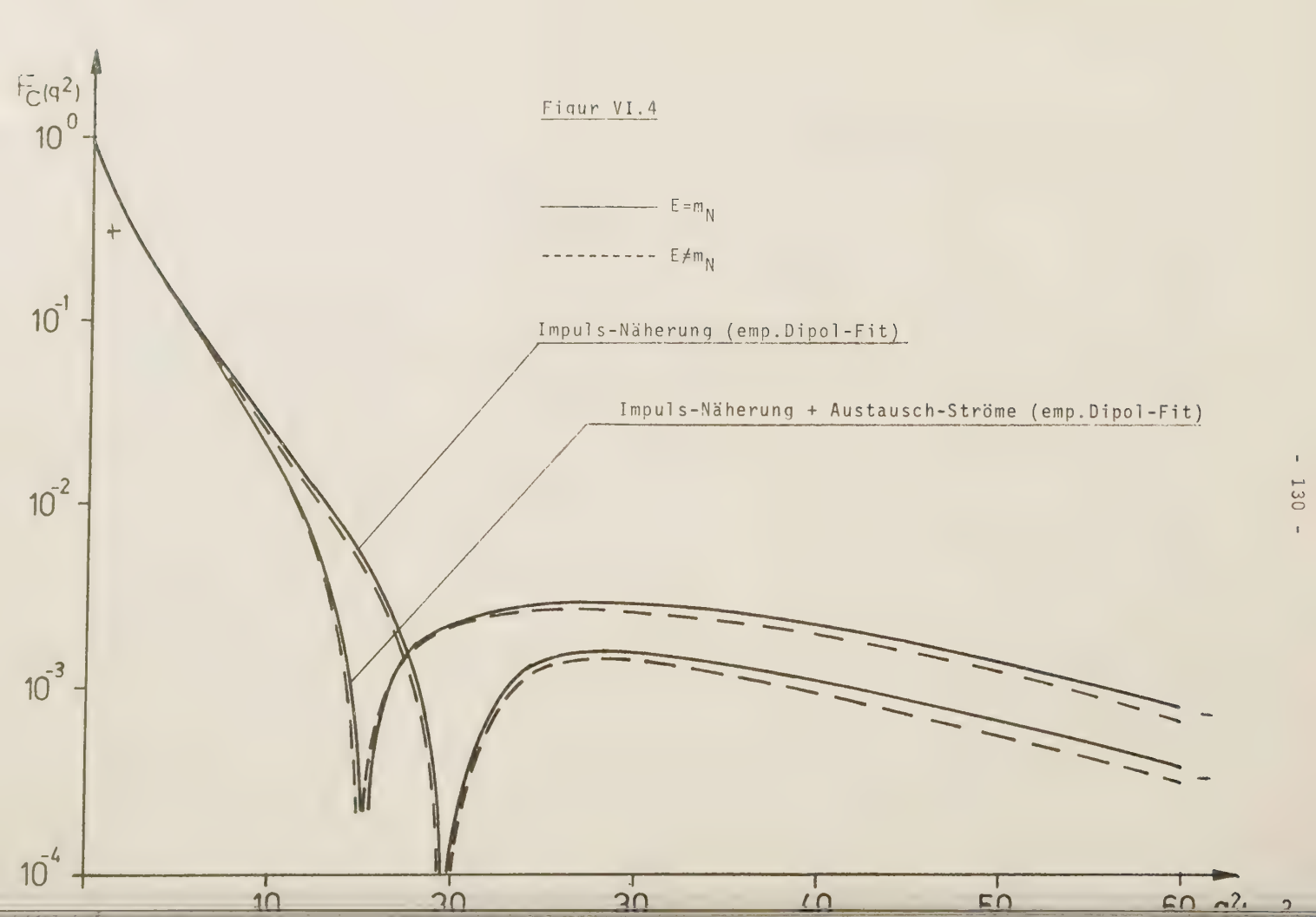

Figur VI.3
$F_C(q^2)$
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
π -Paar-Strom($E \neq m_N$;Blatnik-Zovko-Fit)
π-Paar-Strom($E \neq m_N$;emp. Dipol-Fit)
$s\pi\delta$-Strom($E \neq m_N$; $\Gamma_S = 0$)
$s\pi\delta$-Strom($E \neq m_N$; $\Gamma_S \neq 0$)
π-Paar-Strom($E \neq m_N$; übrige Terme;
emp.Dipol-Fit)
π-Paar-Strom($E \neq m_N$; übrige Terme; Blatnik-Zovko-Fit)
10
20
30
40
50
60
q^2/fm^{-2}

trachteten Impulsbereich liefert. Beim Beitrag des $\varrho\pi\gamma$-Stroms ist ein nicht zu vernachlässigender Effekt durch Berücksichtigung der Zerfallsbreite des ϱ-Mesons festzustellen. Jedoch ist keine prinzipiell erhebliche Abweichung von den Ergebnissen der Rechnung ohne ϱ-Breite zu bemerken.

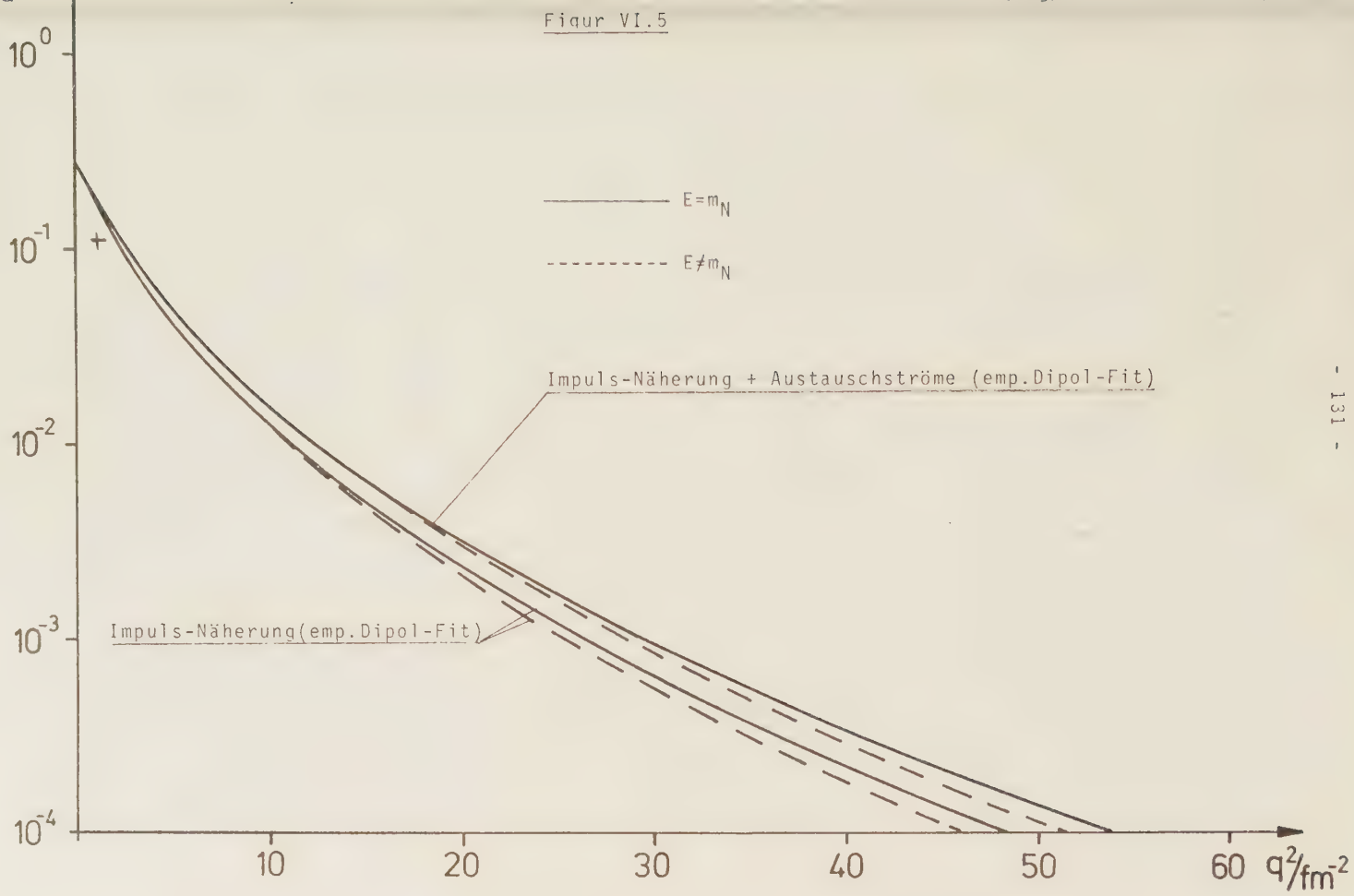
Der Gesamteffekt des π-Paar-, RC+WFR- und $\varrho\pi\gamma$-Stromes auf den Coulomb- und Quadrupolformfaktor des Deuterons ist in den Figuren VI.4 und VI.5 dargestellt. Im Falle der π-Beiträge wurde für die Nukleon-Formfaktoren der empirische Dipol-Fit verwendet. Bei den $\varrho\pi\gamma$-Beiträgen ist die Zerfallsbreite des ϱ-Mesons berücksichtigt. Weiterhin sind Coulomb- und Quadrupolformfaktor für die Impulsnäherung sowohl im exakten Fall als auch für $E=m_N$ in Fig. VI4,5 dargestellt.

Der Coulombformfaktor für die Impulsnäherung zeigt sowohl für $E=m_N$ als auch für die exakte Rechnung $E \neq m_N$ einen Nulldurchgang zwischen 19 fm^{-2} und 20 fm^{-2}. Für Impulsüberträge $q^2 \leqq 20\ fm^{-2}$ ist der Unterschied zwischen der exakten Rechnung und der Approximation $E=m_N$ sehr gering. Er liegt unter 5%. Im Bereich $20\ fm^{-2} \leqq q^2 \leqq 60\ fm^{-2}$ ist eine relative Abweichung der exakten von den genäherten Ergebnissen von 10% bis 15% festzustellen.

Die hier betrachteten Austauscheffekte ergeben deutliche Unterschiede zur Impulsnäherung für $q^2 > 6\ fm^{-2}$. Der Nulldurchgang des Coulombformfaktors wird hierdurch zu kleineren Impulsüberträgen verschoben. Er liegt zwischen 15 fm^{-2} und 16 fm^{-2}. Dies ist auf die Verkleinerung des Formfaktors durch die negativen Beiträge des π-Paar- und $\varrho\pi\gamma$-Stromes zurückzuführen. Für Impulsüberträge oberhalb 16 fm^{-2} ist eine deutliche Abweichung des Gesamtformfaktors von der Impulsnäherung zu erkennen. Der Gesamtformfaktor ist für $q^2 > 25\ fm^{-2}$ um


$F_C(q^2)$
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10
20
30
40
50
60
q^2
Figur VI.4
$E=m_N$
$E\neq m_N$
Impuls-Näherung (emp.Dipol-Fit)
Impuls-Näherung + Austausch-Ströme (emp.Dipol-Fit)

Figur VI.5


10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
E=m_N
E≠m_N
Impuls-Näherung + Austauschströme (emp.Dipol-Fit)
Impuls-Näherung(emp.Dipol-Fit)
10
20
30
40
50
60
q^2/fm^{-2}

einen Faktor 2 größer als die Impulsnäherung. Hieraus wird ersichtlich, daß im betrachteten Impulsintervall den Austauscheffekten eine wesentliche Rolle für Impulsüberträge $q^2 > 5\ fm^{-2}$ zuzuschreiben ist. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen der exakten Rechnung und den Näherungsresultaten ist bis $q^2 \approx 25\ fm^{-2}$ gering. Hier liegen die exakten Werte ca. 5% unter den genäherten. Zwischen $q^2 = 25\ fm^{-2}$ und $q^2 = 60\ fm^{-2}$ ist zwar eine deutliche Abweichung zwischen beiden Kurven zu erkennen, jedoch beträgt diese maximal 16.5%. Damit wird deutlich, daß allein durch die Näherung $E=m_N$ in den Austausch-Operatoren die wesentlichen Gesichtspunkte des Coulomb-Formfaktors beschrieben werden können. Relativistische Korrekturen, wie sie durch den Unterschied der exakten Rechnung und der Approximation $E=m_N$ repräsentiert werden, ergeben eine maximale Bandbreite von 16.5%. Hier wird deutlich, daß die Approximation $E=m_N$ schon sehr gute Aussagen über die Struktur des Coulombformfaktors im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells liefert.

Für den Quadrupolformfaktor des Deuterons ergeben sich bei Berücksichtigung der Austausch-Effekte merkliche Unterschiede zur Impulsnäherung für $q^2 > 4\ fm^{-2}$. Der Formfaktor wird durch die Austausch-Effekte im hier betrachteten Impulsbereich um Faktoren zwischen 1.13 und 1.9 angehoben. Auch hier sind also die Austausch-Effekte, insbesondere der π-Paar-Term, von wesentlicher Bedeutung.

Vergleicht man wiederum die exakten Ergebnisse mit der Approximation $E=m_N$, so ist eine merkliche Absenkung des Formfaktors für Impulsüberträge $q^2 > 16\ fm^{-2}$ festzustellen. Jedoch ist diese Absenkung nicht erheblich. Sie liegt zwischen 6% und 23%. Damit ist auch hier eine sehr gute Beschreibung des Quadrupolformfaktors allein durch die Näherung $E=m_N$ gegeben. Die darüber hinausgehenden relativistischen Korrekturen mo-

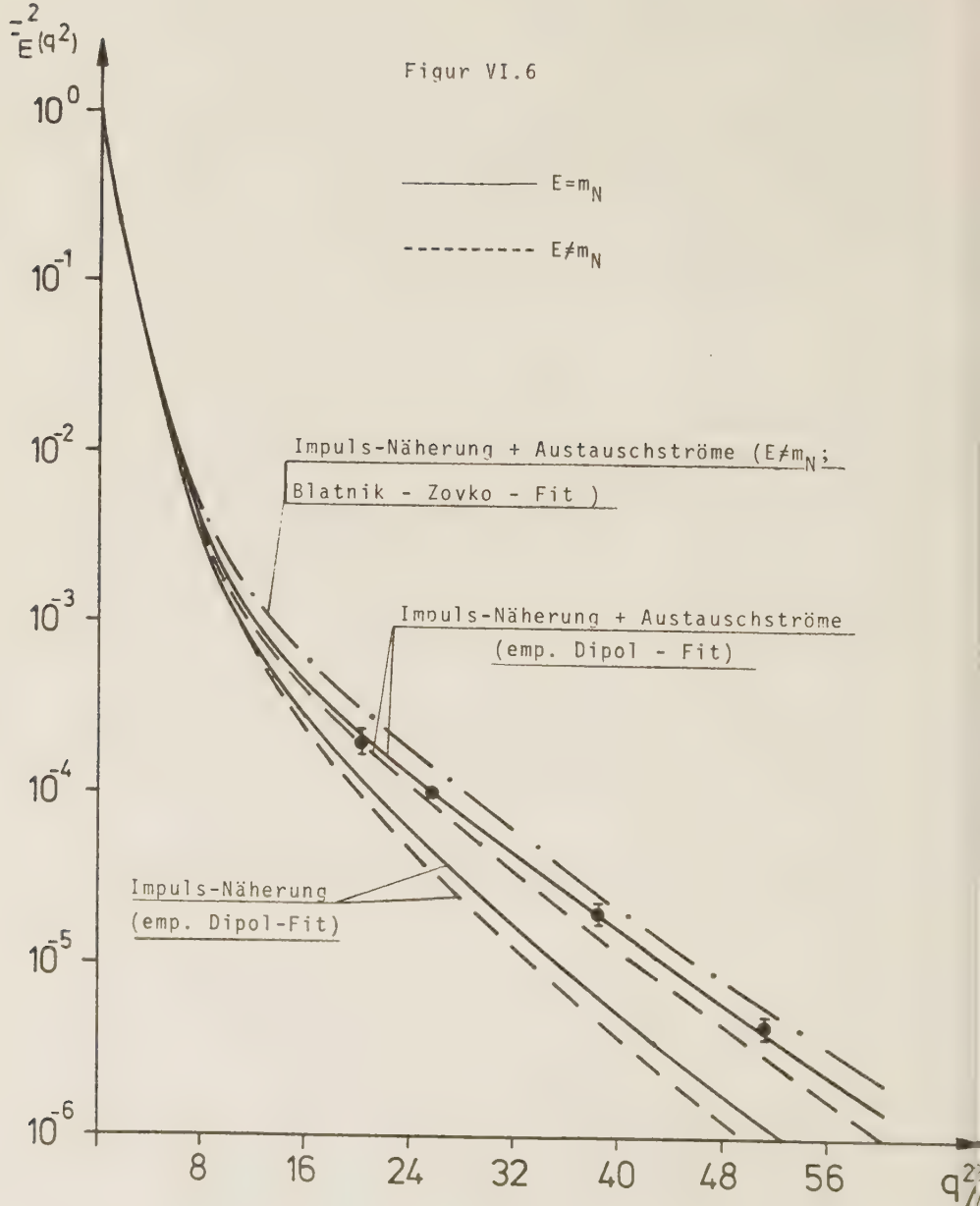
difizieren den Quadrupolformfaktor für Impulsüberträge $q^2 \leq 60\ fm^{-2}$ nur geringfügig.

Mit Hilfe des Coulomb- und Quadrupolformfaktors läßt sich aufgrund von (II.45) der elektrische Formfaktor $F_E^2(q^2)$ des Deuterons ermitteln. Dieser Formfaktor stellt eine meßbare Größe dar, wie aus dem differentiellen Wirkungsquerschnitt (II.46) ersichtlich ist. $F_E^2(q^2)$ ist in Figur VI.6 dargestellt. Die experimentellen Werte in dieser Abbildung sind Arbeiten von Arnold et al. /9/ entnommen.

Von Interesse ist hier zunächst der Vergleich zwischen den exakten Ergebnissen der Impulsnäherung und den in der Approximation $E=m_N$ bestimmten. Die Abweichungen zwischen diesen beiden Ergebnissen sind im betrachteten Impulsbereich gering. Die exakte Behandlung der Impulsnäherung liefert im Vergleich zur $E=m_N$-Näherung eine Absenkung des elektrischen Formfaktors zwischen 8% ($q^2 \approx 10\ fm^{-2}$) u. 40% ($q^2 \approx 50\ fm^{-2}$). Für $q^2 < 10\ fm^{-2}$ sind die Unterschiede kleiner als 3%. Bei höheren Impulsüberträgen im Bereich $16\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 60\ fm^{-2}$ liegt der elektrische Formfaktor der Impulsnäherung erheblich unter den experimentellen Werten, sowohl für den Fall $E=m_N$ als auch für die exakte Rechnung.

Eine merkliche Anhebung des elektrischen Formfaktors durch die Austauscheffekte ist für Impulsüberträge von $q^2 \gg 10\ fm^{-2}$ zu bemerken. Zu größeren Impulsüberträgen hin wird die Differenz zwischen Impulsnäherung und dem Gesamtformfaktor erheblich. Die Berechnung von $F_E^2(q^2)$ in der Approximation $E=m_N$ für den empirischen Dipol-Fit ergibt eine äußerst gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten. Vergleicht man die durchgezogene Kurve mit den Ergebnissen von Gari und Hyuga /2/, so ergibt sich dort ein Formfaktor, der oberhalb der experimentellen Werte liegt. Der Unterschied zum hier angegebenen Formfaktor liegt in folgendem: Zum einen senkt die Verwen-

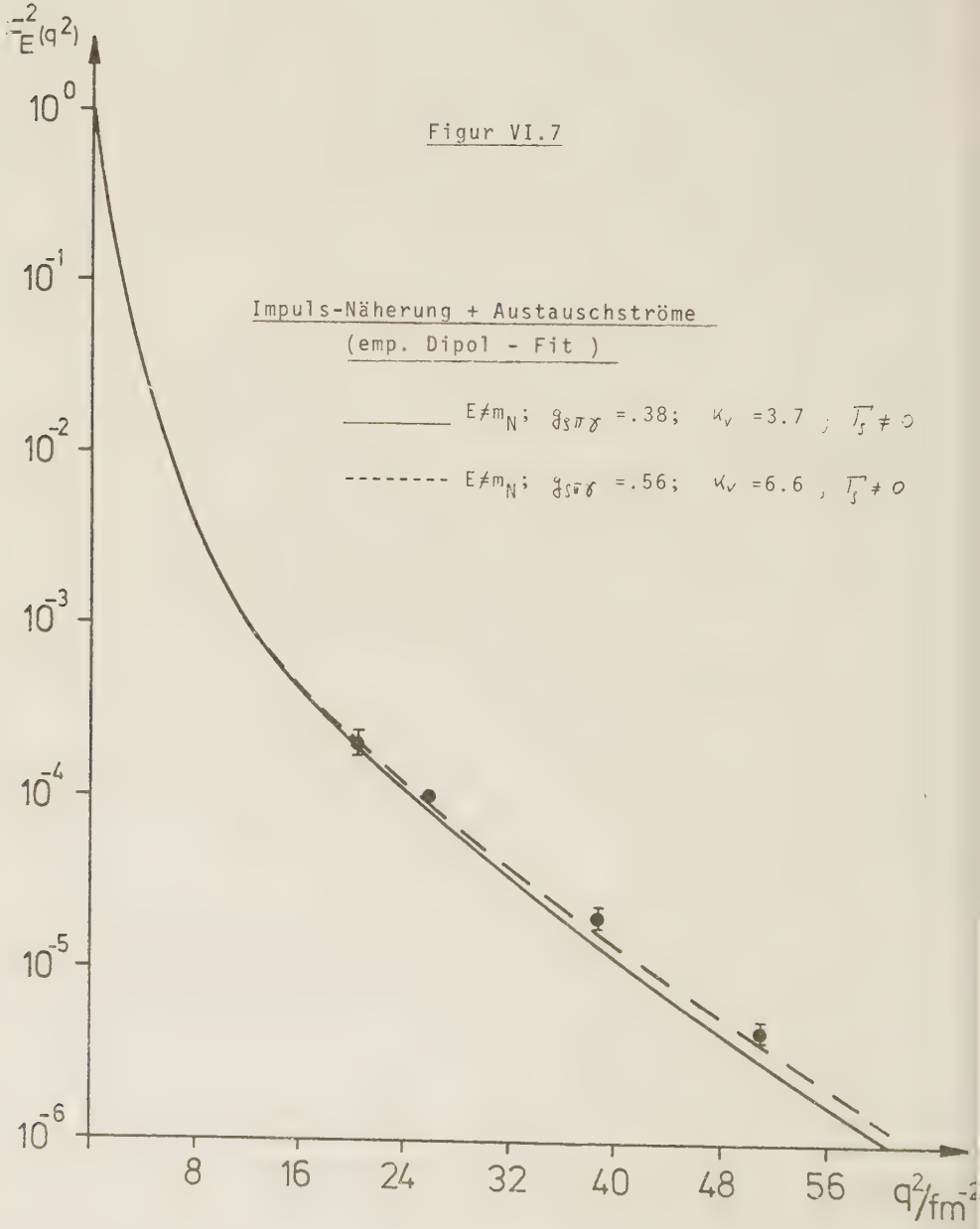
Figur VI.6


$\bar{E}^2(q^2)$
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
8
16
24
32
40
48
56
q^2
E=m_N
E≠m_N
Impuls-Näherung + Austauschströme (E≠m_N; Blatnik - Zovko - Fit)
Impuls-Näherung + Austauschströme (emp. Dipol - Fit)
Impuls-Näherung (emp. Dipol-Fit)

dung des $\rho\nu N$ -Formfaktors (IV.34)die Beiträge des $\rho\pi\gamma$ -Stroms ab, so daß dieser Effekt nicht in der gleichen Stärke eingeht wie in Ref. /2/, da hier eine Moropol-Form für den ρNN -Formfaktor benutzt wurde; zum anderen ergibt sich ein Unterschied durch die Verwendung von mesonentheoretisch bestimmten Wellenfunktionen im Gegensatz zu den in Ref. /2/ mit Hilfe des phänomenologischen Reid-Potentials /11/ berechneten Deuteron-Wellenfunktionen.

Durch die exakte Behandlung der Austauscheffekte wird eine Absenkung des elektrischen Deuteron-Formfaktors bewirkt. Diese Absenkung ist im gesamten hier betrachteten Impulsbereich nicht sehr erheblich. Für Impulsüberträge $q^2 < 10 fm^{-2}$ liegt sie unter 10%. Im Impulsintervall $10\ fm^{-2} \leqq q^2 \leqq 60\ fm^{-2}$ wird der Formfaktor nur maximal einen Faktor 1.44 abgesenkt. Es ergibt sich ein Formfaktor, der an der Untergrenze der experimentellen Fehlerbalken verläuft. Im Rahmen der experimentellen Genauigkeit liefert also schon die Approximation $E=m_N$ eine äußerst gute Übereinstimmung mit den Messwerten.

Bei Verwendung des Blatnik-Zovko-Fits für die Nukleon-Formfaktoren wird der elektrische Deuteron-Formfaktor im Vergleich zum empischen Dipol-Fit deutlich angehoben. Die Anhebung liegt bis zu einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 10\ fm^{-2}$ zwischen 3.5% und 31%. Im Intervall $10\ fm^{-2} \leqq q^2 \leqq 60\ fm^{-2}$ ist eine Anhebung um Faktoren von 1.47 bis 2.5 festzustellen. Hier ergibt sich ein Formfaktor, der an der oberen Grenze der experimentellen Fehlerbalken verläuft. Es zeigt sich also, daß weder der empirische Dipol-Fit noch der Blatnik-Zovko-Fit begünstigt wird. Innerhalb der experimentellen Genauigkeit ist also für Impulsüberträge zwischen $20\ fm^{-2}$ und $60\ fm^{-2}$ keine Unterscheidung der beiden Fits durch Vergleich mit den Messungen möglich. Hier wären genauere Messungen von sehr großem Nutzen.



Figur VI.7

Impuls-Näherung + Austauschströme
(emp. Dipol - Fit)

———— $E \neq m_N$; $g_{s\pi\gamma} = .38$; $\kappa_v = 3.7$; $\Gamma_s \neq 0$

-------- $E \neq m_N$; $g_{s\pi\gamma} = .56$; $\kappa_v = 6.6$, $\Gamma_s \neq 0$

Figur (VI.7) zeigt nochmals den elektrischen Formfaktor des Deuterons in dem hier interessierenden Impulsbereich. Die durchgezogene Kurve ist identisch mit dem exakt berechneten Formfaktor in Fig. VI.6, wobei der empirische Dipol-Fit verwendet wurde. Bei der gestrichelten Linie ist der Beitrag des $\varrho\pi\gamma$-Terms mit der Kopplungskonstanten $f_{3\pi\gamma}$ = 0.56 /69/ und der anormalen magnetischen Ankopplung der ϱNN-Wechselwirkung κ_v = 6.6 /15/ berücksichtigt worden. Die Vergrößerung der Kopplungskonstante gegenüber Ref. /52/ ist auf eine neuere Messung der Zerfallsbreite des Prozesses $\varrho \longrightarrow \pi\gamma$ zurückzuführen /69/:

$$\Gamma(\varrho \longrightarrow \pi\gamma) = (67 \pm 7)\,keV \qquad \text{(VI.5)}$$

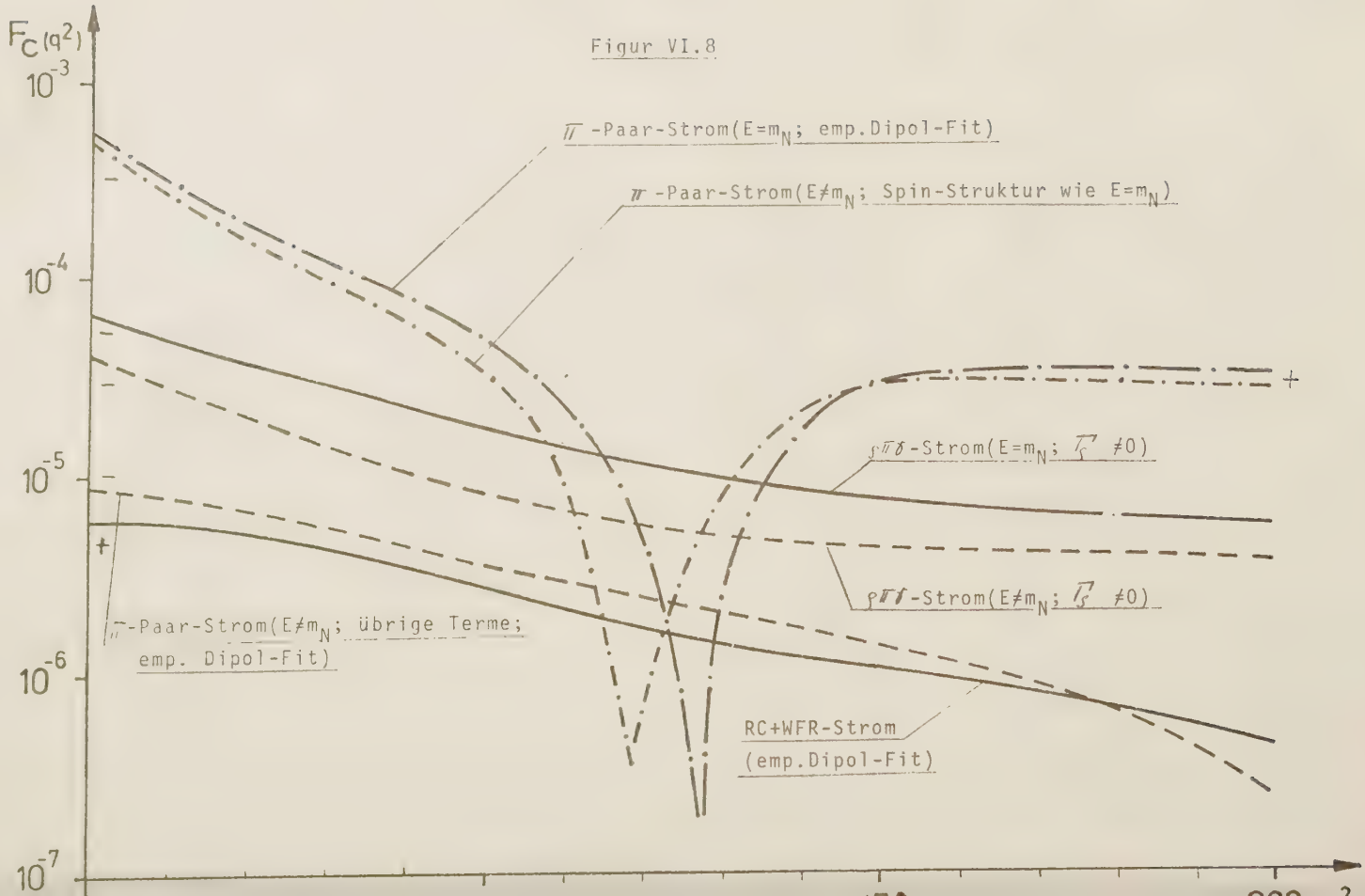
Es ist eine geringere Anhebung des elektrischen Deuteron-Formfaktors festzustellen, die zwischen 5% und 20% im Intervall 16 $fm^{-2} \leqq q^2 \leqq 60\ fm^{-2}$ liegt. Innerhalb der vorgegebenen experimentellen Fehlerbalken werden trotz der Anhebung des $\varrho\pi\gamma$-Beitrages die experimentellen Werte gut wiedergegeben.

b) Impulsüberträge : 50 $fm^{-2} \leqq q^2 \leqq 200\ fm^{-2}$

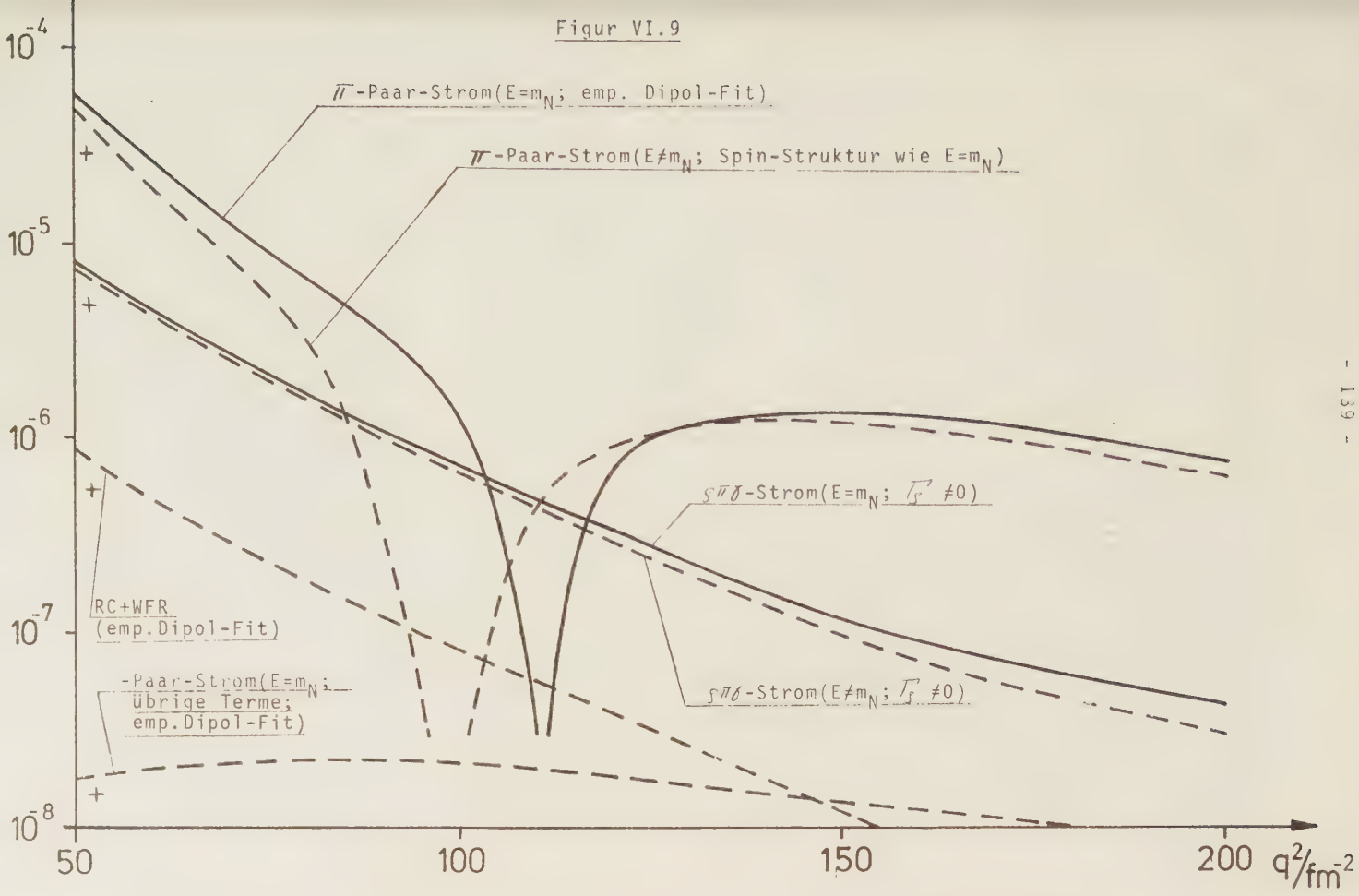
Die Beiträge des $\pi\pi$-Paar-Terms, des $\varrho\pi\gamma$-Stromes sowie des RC+WFR-Stromes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor des Deuterons sind in den Figuren VI.8 und VI.9 für hohe Impulsüberträge dargestellt. Wie im Falle der niedrigen und mittleren Impulsüberträge wurde für die elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren beim $\pi\pi$-Paar- und RC+WFR-Strom der empirische Dipol-Fit verwendet. Der Beitrag des $\varrho\pi\gamma$-Stromes ist mit Berücksichtigung der ϱ-Zerfallsbreite berechnet worden.

Auch hier wurde die exakte Ladungsdichte des $\pi\pi$-Paar-Termes in einen Anteil, der die gleiche Struktur besitzt wie die approximierte Ladungsdichte, und einen Rest aufgespalten. Für die hohen Impulsüberträge zeigt sich, daß

Figur VI.8


$F_C(q^2)$
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
$\overline{\pi}$ -Paar-Strom(E=m_N; emp.Dipol-Fit)
π -Paar-Strom(E≠m_N; Spin-Struktur wie E=m_N)
$\rho\pi\delta$-Strom(E=m_N; Γ_5 ≠0)
$\rho\pi\delta$-Strom(E≠m_N; Γ_5 ≠0)
$\overline{\pi}$-Paar-Strom(E≠m_N; übrige Terme; emp. Dipol-Fit)
RC+WFR-Strom (emp.Dipol-Fit)

Figur VI.9


10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
π-Paar-Strom(E=m_N; emp. Dipol-Fit)
π-Paar-Strom(E≠m_N; Spin-Struktur wie E=m_N)
$s\pi\delta$-Strom(E=m_N; Γ_S ≠0)
$s\pi\delta$-Strom(E≠m_N; Γ_S ≠0)
RC+WFR
(emp.Dipol-Fit)
-Paar-Strom(E=m_N;
übrige Terme;
emp.Dipol-Fit)
50
100
150
200
q^2/fm^{-2}

der Anteil der Ladungsdichte mit der Struktur der $E=m_N$-Approximation sowohl beim Coulomb- wie auch beim Quadrupolformfaktor seine führende Rolle behält. Bei beiden Formfaktoren tritt ein Vorzeichenwechsel dieses Anteils des π-Paar-Termes auf. Im Falle des Coulombformfaktors liegt das Minimum für die Näherung $E=m_N$ bei $q^2 \approx 128\ fm^{-2}$. Durch die exakte Behandlung des π-Paar-Stromes verschiebt sich dieses Minimum infolge der kleineren Beiträge geringfügig zu kleineren Impulsüberträgen. Es ist hier bei $q^2 \approx 120\ fm^{-2}$ zu finden.

Der Beitrag des π-Paar-Terms zum Quadrupolformfaktor weist ein Minimum in der Näherung $E=m_N$ bei $q^2 \approx 110\ fm^{-2}$ auf. Die exakte Behandlung der Ladungsdichte liefert wiederum kleinere Beiträge zum Quadrupolformfaktor, so daß sich auch hier das Minimum auf einen Impulsübertrag von $q^2 \approx 97 - 99\ fm^{-2}$ verschiebt.

Die verbleibenden Terme der exakten Ladungsdichte des π-Paar-Stromes spielen sowohl beim Coulomb- als auch beim Quadrupolformfaktor für die hohen Impulsüberträge eine untergeordnete Rolle. Die Beiträge dieser Terme zum Coulombformfaktor liegen im gesamten betrachteten Impulsintervall etwa 1 Größenordnung unter den führenden Beiträgen. Aufgrund dieser Tatsache sind im gesamten elektrischen Deuteron-Formfaktor lediglich Korrekturen im Prozentbereich zu erwarten.

Im Falle des Quadrupolformfaktors liegen die Beiträge der übrigen Terme des π-Paar-Stroms um fast 3 Größenordnungen unter den führenden Termen mit der Struktur der approximierten Ladungsdichte. Bei $q^2 \approx 180\ fm^{-2}$ fallen sie auf Werte unter 10^{-8} ab. Damit sind insgesamt von den übrigen Termen der π-Paar-Ladungsdichte Korrekturen zum elektrischen Deuteron-Formfaktor zu erwarten, die unter 1% liegen.

Auch für die hohen Impulsüberträge ist der Unterschied der Beiträge des π -Paar-Termes, die exakt berechnet wurden und denen, die mittels der Näherung $E=m_N$ bestimmt wurden, nur gering. Bis $q^2 \approx 100$ fm^{-2} liegen die exakten Beiträge um maximal einen Faktor 1.5 unter denen der Näherung $E=m_N$. Für Impulsüberträge zwischen $q^2=150$ fm^{-2} und $q^2 = 200$ fm^{-2} beträgt der Unterschied maximal 12%.

Im Falle des Quadrupolformfaktors ergeben sich wiederum im gesamten betrachteten Impulsintervall keine erheblichen Unterschiede der exakten Beiträge des π -Paar-Termes und der Näherung $E=m_N$, wenn der Impulsbereich ausgenommen wird, in dem man durch die unterschiedliche Lage der Minima große Unterschiede erhält. Bis zu einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 80$ fm^{-2} unterscheiden sich beide Kurven maximal um etwa einen Faktor 2. Im Bereich der sehr hohen Impulsüberträge zwischen $q^2 = 130$ fm^{-2} und $q^2 = 200$ fm^{-2} sind die Unterschiede wesentlich kleiner. Sie liegen hier zwischen 4% und 20%.

Im Falle der Beiträge des $\varrho\pi\gamma$ -Stromes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor wurde wiederum sowohl für die exakte Berechnung als auch für die Näherung $E=m_N$ die Zerfallsbreite des ϱ -Mesons berücksichtigt.
Die exakte Behandlung der $\varrho\pi\gamma$ -Ladungsdichte liefert auch für die hohen Impulsüberträge kleinere Beiträge als die $E=m_N$-Näherung. Die Näherungsresultate sind im Falle des Coulombformfaktors bis $q^2 \approx 120$ fm^{-2} um einen Faktor 2 größer als die exakten Ergebnisse. Zu größeren Impulsüberträgen hin verkleinert sich der Unterschied beider Beiträge. Für Impulsüberträge um $q^2 \approx 200$ fm^{-2} ist er etwa 42%. Im gesamten betrachteten Impulsbereich ergibt sich kein Vorzeichenwechsel des $\varrho\pi\gamma$ -Beitrages zum Coulombformfaktor. Die Folge hiervon ist, daß sich für Impulsüberträge unterhalb von $q^2 \approx 120$ fm^{-2} $\varrho\pi\gamma$ -Beiträge und π -Paar-Beiträge verstärken, während sie oberhalb die-

ses Impulsübertrages entgegengesetzte Vorzeichen haben, so daß hier eine Abschwächung bewirkt wird. Jedoch dominieren auch hier die Beiträge des π-Paar-Termes, die um Faktoren zwischen 6.0 und 7.5 über den $\rho\pi\gamma$-Beiträgen liegen. Die Kleinheit der $\rho\pi\gamma$-Beiträge gegenüber denen aus Ref. /2/ ist in diesem Bereich - wie schon im Falle kleiner und mittlerer Impulsüberträge erwähnt - auf die Verwendung des ρNN-Formfaktors (IV.34) und auf die Benutzung mesonentheoretisch bestimmter Wellenfunktionen zurückzuführen. Die Reduktion der π-Paar-Beiträge ist im vorliegenden Fall also nicht so stark wie in Ref. /2/.
Der Unterschied der $E=m_N$-Näherung und der exakten Beiträge des $\rho\pi\gamma$-Stromes zum Quadrupolformfaktor ist wesentlich kleiner als beim Coulombformfaktor. Zu hohen Impulsüberträgen hin ergibt sich eine stetige Vergrößerung dieses Unterschiedes. Im betrachteten Impulsintervall sind die exakten Beiträge um 6% - 41.5% kleiner als diejenigen der Approximation $E=m_N$. Wie im Falle des Coulombformfaktors tritt kein Vorzeichenwechsel des $\rho\pi\gamma$-Beitrages auf, so daß der π-Paar-Beitrag für hohe Impulsüberträge oberhalb $q^2 \approx 100$ fm^{-2} hierdurch abgeschwächt wird. Jedoch ist diese Abschwächung nur gering, da der $\rho\pi\gamma$-Beitrag in diesem Bereich um durchschnittlich 1 Größenordnung kleiner als der π-Paar-Beitrag ist. Auch hier ist die Kleinheit des $\rho\pi\gamma$-Beitrages auf die vorher genannten Gründe zurückzuführen.

Der RC+WFR-Strom liefert zum Coulombformfaktor des Deuterons Beiträge mit einheitlich positivem Vorzeichen im gesamten betrachteten Impulsintervall. Auch für die hohen Impulsüberträge ist festzustellen, daß dieser Beitrag um 2 Größenordnungen kleiner als der π-Paar-Beitrag und um etwa 1 Größenordnung kleiner als der $\rho\pi\gamma$-Beitrag ist. Aufgrund der Tatsache, daß die RC+WFR-Beiträge einheitlich positives Vorzeichen haben, wird der π-Paar-Term für Impulsüberträge $q^2 \lesssim 120$ fm^{-2} gering-

fügig abgeschwächt, oberhalb dieses Impulsübertrages geringfügig verstärkt. Auch in diesem Impulsintervall stellt sich heraus, daß die führenden Beiträge des RC+WFR-Stroms von dem in der Diskussion der Ergebnisse in den Figuren VI.1 und VI.2 erwähnten Termen der Ladungsdichte stammen.

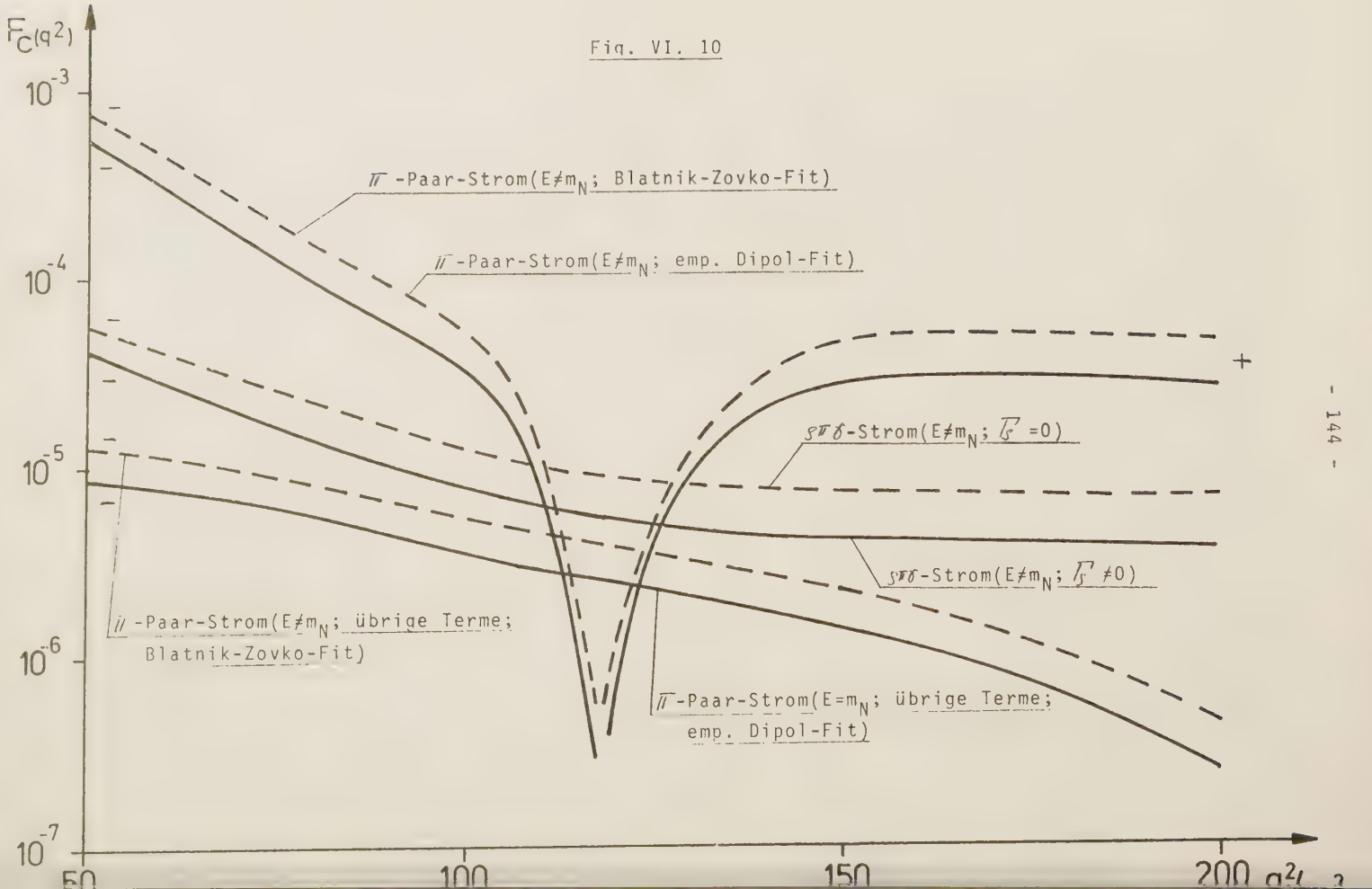
Im Falle des Quadrupolformfaktors fallen die RC+WFR-Beiträge bei $q^2 \approx 155\ fm^{-2}$ unter einen Wert von 10^{-8}. Unterhalb dieses Impulsübertrages liefern sie eine geringfügige Verstärkung sowohl des π-Paar- als auch des $\rho\pi\gamma$-Beitrages. In jedem Falle spielen jedoch die Beiträge des RC+WFR-Stromes zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor auch für die hohen Impulsüberträge eine untergeordnete Rolle. Die wesentlichen Beiträge im hier betrachteten Impulsintervall entstammen dem π-Paar- und dem $\rho\pi\gamma$-Strom, wobei der π-Paar-Strom eine dominierendere Rolle spielt als der $\rho\pi\gamma$-Term.

Fig. VI.10 zeigt die exakten Beiträge des π-Paar-Stroms für zwei verschiedene Fits der elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren sowie die Beiträge des $\rho\pi\gamma$-Stroms mit und ohne Berücksichtigung der ρ-Zerfallsbreite zum Coulombformfaktor des Deuterons im Bereich hoher Impulsüberträge. Wie schon im Bereich niedriger und mittlerer Impulsüberträge liefert der Blatnik-Zovko-Fit größere π-Paar-Beiträge als der empirische Dipol-Fit. Sie liegen um Faktoren 1.56 bis 1.71 über denen des empirischen Dipol-Fits. Eine Verschiebung des Minimums ist nicht feststellbar.

Im Falle des $\rho\pi\gamma$-Stromes ist eine stetige Verkleinerung der Beiträge mit $\Gamma_\rho \neq 0$ gegenüber denen mit $\Gamma_\rho = 0$ festzustellen. Diese Verkleinerung liegt in dem hier betrachteten Impulsintervall zwischen 53% und 84%.

Insgesamt kann auch hier gesagt werden, daß sich die Beiträge des π-Paar-Stromes zum Coulombformfaktor des Deuterons bei Verwendung verschiedener Fits der elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren maximal um einen Faktor 2 unterscheiden. Qualitativ ergeben sich hierfür keine Veränderungen.

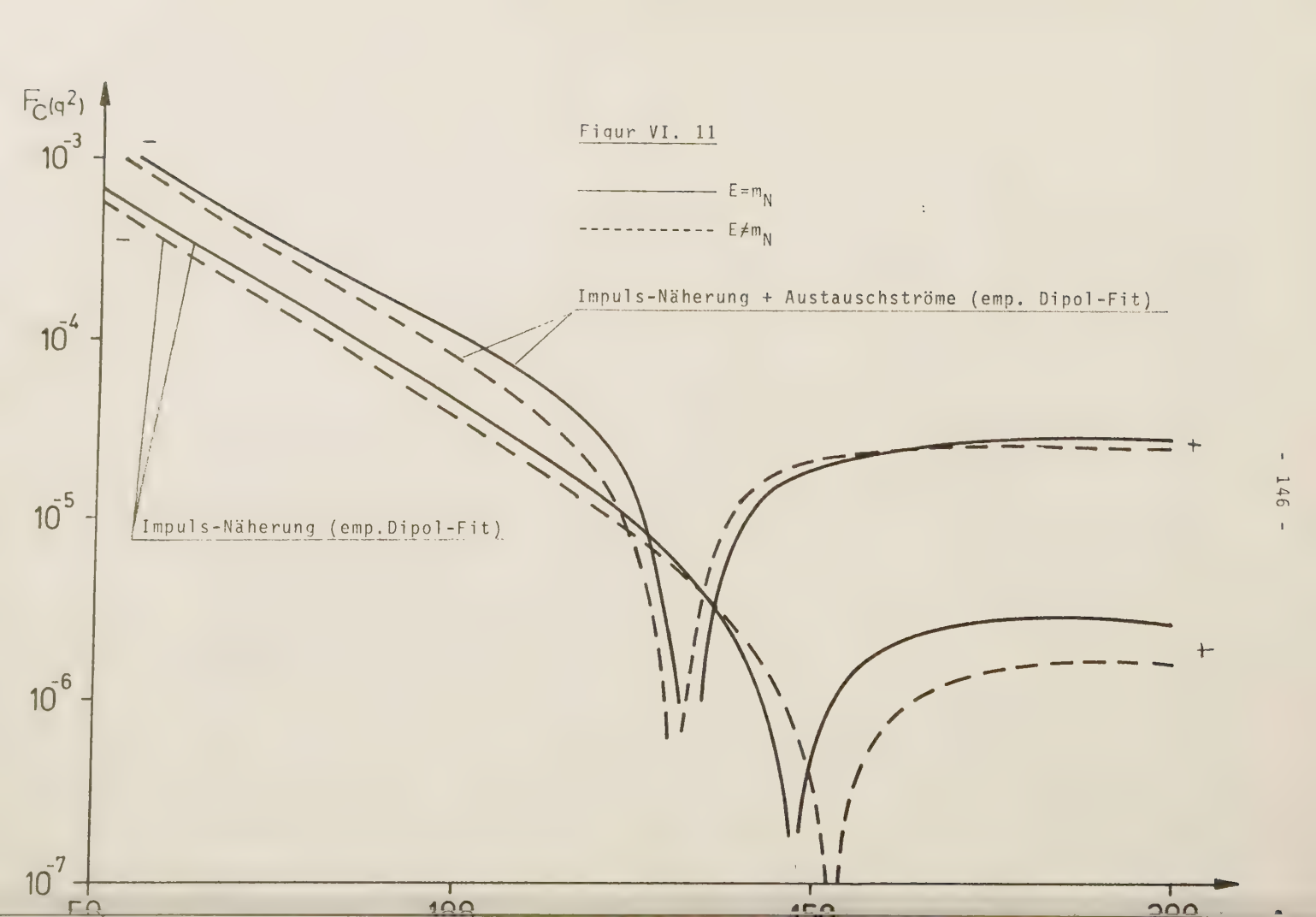
Fig. VI. 10


$F_C(q^2)$
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
50
100
150
200 q^2/f_π^2
π -Paar-Strom($E \neq m_N$; Blatnik-Zovko-Fit)
π -Paar-Strom($E \neq m_N$; emp. Dipol-Fit)
$s\pi\delta$-Strom($E \neq m_N$; $f_S = 0$)
$s\pi\delta$-Strom($E \neq m_N$; $f_S \neq 0$)
π -Paar-Strom($E \neq m_N$; übrige Terme; Blatnik-Zovko-Fit)
π -Paar-Strom($E = m_N$; übrige Terme; emp. Dipol-Fit)
+

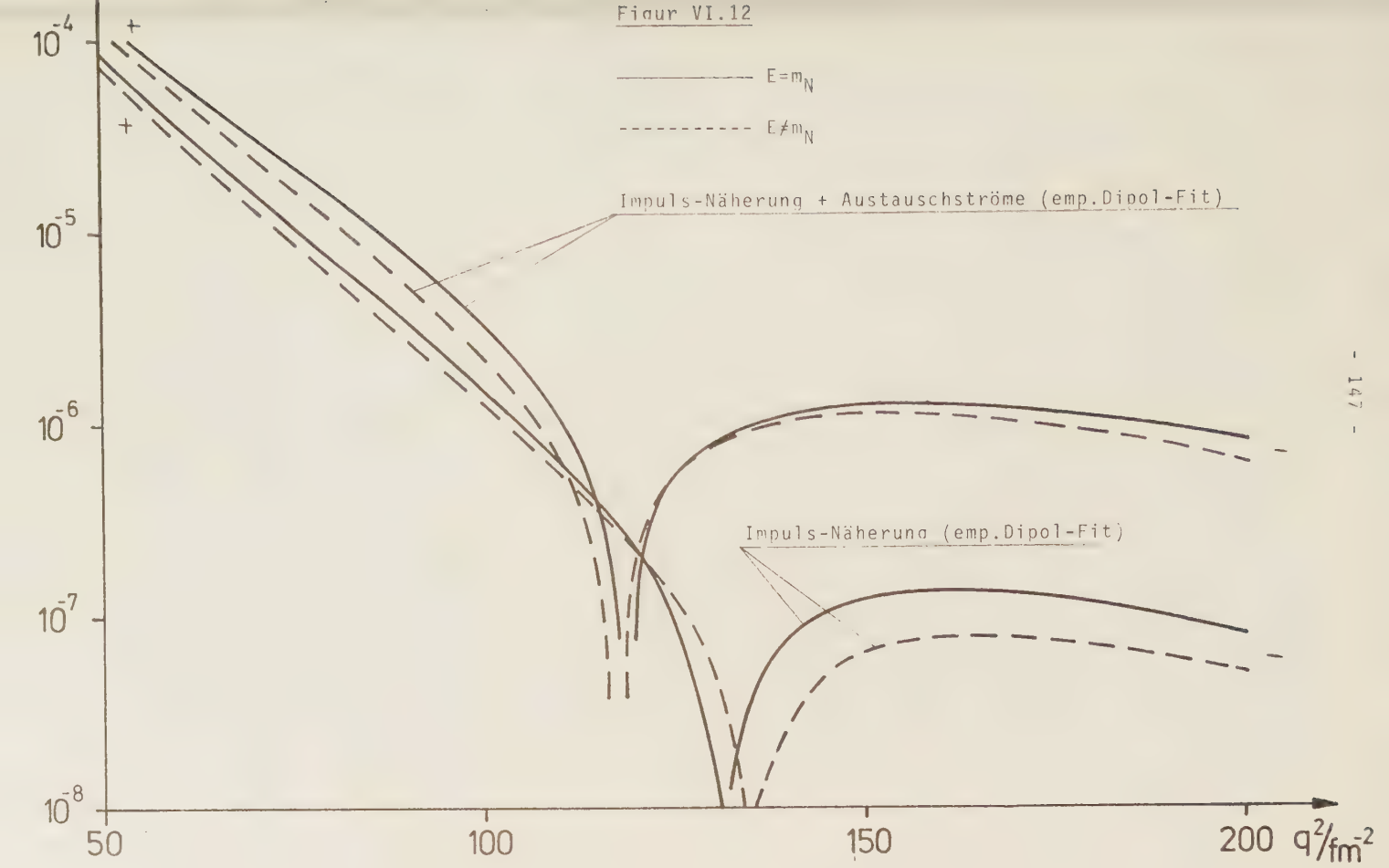
Für den $\varrho\pi\gamma$-Term ist die Berücksichtigung der Zerfallsbreite des ϱ-Mesons von nicht zu vernachlässigender Bedeutung, da auch hier eine Reduktion dieses Beitrages zum Coulombformfaktor um einen Faktor 2 zu bemerken ist.

In den Figuren VI.11 und VI.12 sind die Beiträge der Austauscheffekte zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor im Zusammenhang mit der Impulsnäherung für hohe Impulsüberträge dargestellt. Es wird wiederum unterschieden zwischen der Approximation $E=m_N$ (durchgezogene Linien) und der exakten Berechnung $E \neq m_N$ (gestrichelte Linien). Sowohl für die Impulsnäherung als auch beim $\pi\pi$-Paar- und RC+WFR-Strom wurde der empirische Dipol-Fit verwendet. Beim $\varrho\pi\gamma$-Strom ist die Zerfallsbreite des ϱ-Mesons berücksichtigt.

Es zeigt sich, daß der Coulombformfaktor der Impulsnäherung ein Minimum bei $q^2 \approx 145$ fm^{-2} in der Approximation $E=m_N$ und bei $q^2 \approx 155$ fm^{-2} für die exakte Behandlung aufweist. Es ist festzustellen, daß die exakten Beiträge kleiner als die approximierten sind. Trotzdem verschiebt sich das Minimum um 10 fm^{-2} zu höheren Impulsüberträgen. Die Abweichungen der exakten Beiträge von den genäherten liegen für Impulsüberträge $q^2 \gtrsim 160$ fm^{-2} zwischen 61% und 65%, d.h. sie sind in diesem Bereich in etwa konstant.
Nimmt man die Austauscheffekte hinzu, so wird der Coulombformfaktor beträchtlich angehoben und das Minimum um etwa 20 fm^{-2} zu kleineren Impulsüberträgen hin verschoben. Im Bereich bis $q^2 \approx 110$ fm^{-2} ist der gesamte Formfaktor im Vergleich zur Impulsnäherung um einen Faktor 2.5 angehoben. Für Impulsüberträge $q^2 > 160$ fm^{-2} ist die Anhebung des Formfaktors wesentlich beträchtlicher. Sie beträgt hier mehr als 1 Größenordnung. Die Bedeutung der Austauscheffekte wird angesichts dieser Ergebnisse in dem betrachteten Bereich hoher Impulsüberträge besonders deutlich.


$F_C(q^2)$
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
Figur VI. 11
$E=m_N$
$E\neq m_N$
Impuls-Näherung + Austauschströme (emp. Dipol-Fit)
Impuls-Näherung (emp.Dipol-Fit)
+
+

Figur VI.12


E=m_N
E≠m_N
Impuls-Näherung + Austauschströme (emp.Dipol-Fit)
Impuls-Näherung (emp.Dipol-Fit)
10^-4
10^-5
10^-6
10^-7
10^-8
50
100
150
200
q²/fm^-2

Vergleicht man die exakten Ergebnisse des gesamten Coulombformfaktors mit der Näherung $E=m_N$, so stellt man fest, daß auch für die hohen Impulsüberträge zwar deutliche, jedoch keine beträchtlichen Abweichungen zu erkennen sind. Die exakten Ergebnisse sind im gesamten Impulsintervall kleiner als die approximierten. Hierdurch wird eine geringfügige Verschiebung des Minimums von $q^2 \approx 133$ fm^{-2} auf $q^2 \approx 130$ fm^{-2} hervorgerufen. Bis zu einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 120$ fm^{-2} liegen die exakten Ergebnisse um Faktoren zwischen 1.3 und 1.7 unter den approximierten. Für sehr hohe Impulsüberträge zwischen $q^2 \approx 170$ fm^{-2} und $q^2=200$ fm^{-2} sind die Abweichungen der exakten von den genäherten Resultaten kleiner als für niedrigere Impulsüberträge. Sie liegen zwischen 5% und 10%. Damit kann auch hier festgestellt werden, daß relativistische Korrekturen keinen wesentlichen Einfluß auf die Bestimmung des Formfaktors haben. Die Approximation $E=m_N$ läßt somit auch im Bereich der hohen Impulsüberträge schon äußerst gute Aussagen über die Struktur des Coulombformfaktors zu.

Die Unsicherheiten in diesem Impulsbereich sind aufgrund dieser Tatsachen nicht in der Approximation der Austauschströme zu suchen. Auf diesen Punkt wird im Zusammenhang mit der Diskussion des elektrischen Formfaktors näher eingegangen.

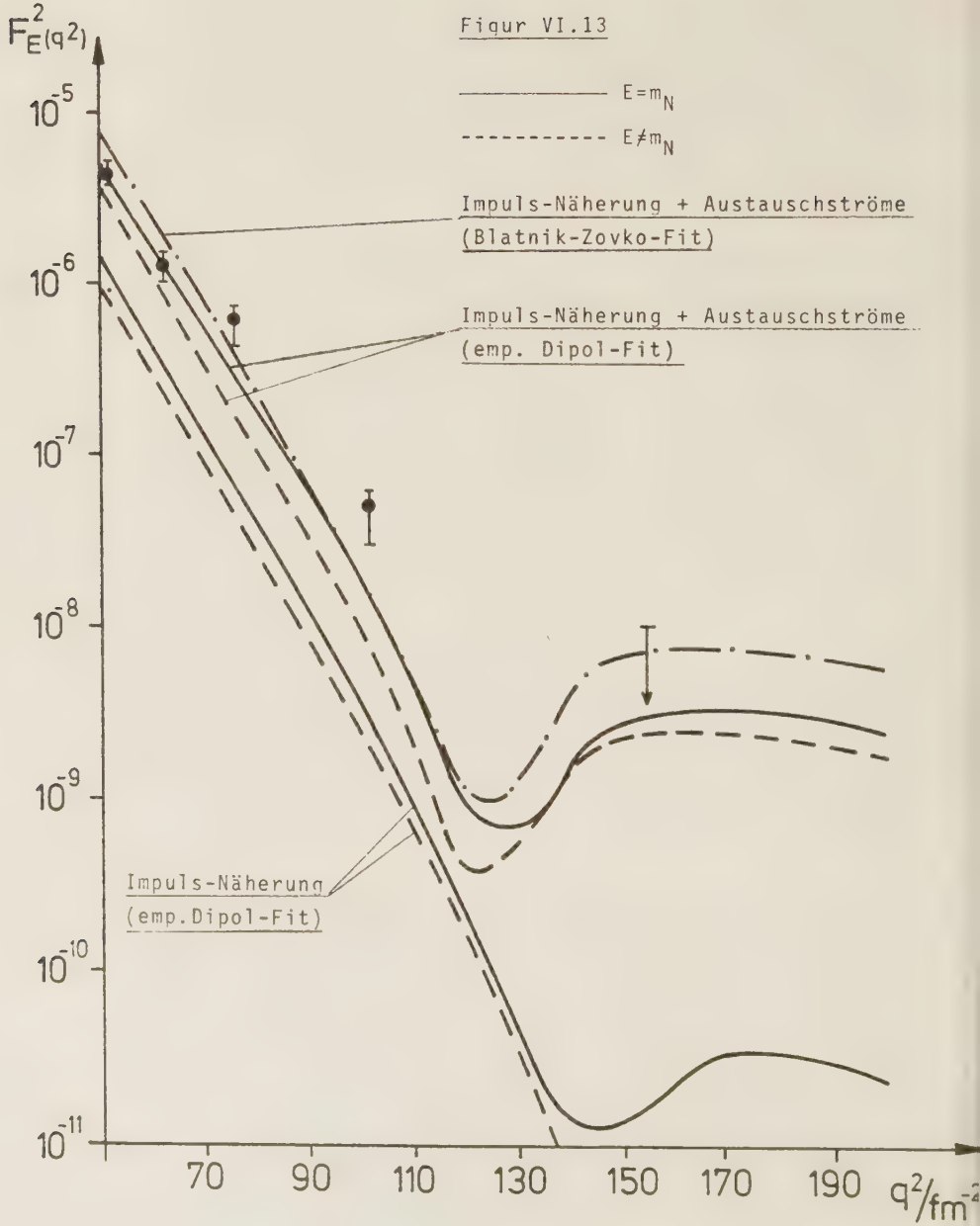
Beim Quadrupolformfaktor ist ein ähnliches Verhalten wie beim Coulombformfaktor zu erkennen. Die Impulsnäherung weist ein Minimum bei $q^2 \approx 130$ fm^{-2} auf, das durch die exakte Behandlung der Ladungsdichte geringfügig um etwa 5 fm^{-2} zu größeren Impulsüberträgen hin verschoben wird, obwohl die exakten Ergebnisse kleiner als die approximierten sind. Für Impulsüberträge bis $q^2 \approx 115$ fm^{-2} ergeben sich Abweichungen zwischen den exakten und genäherten Resultaten von etwa 20%. Zwischen $q^2 = 150$ fm^{-2} und $q^2 = 200$ fm^{-2} liegt die $E=m_N$-Näherung um einen Faktor 1.6 über den exakten Ergebnissen.

Die Austauscheffekte liefern im gesamten Impulsintervall beträchtliche Beiträge. Bis $q^2 \approx 120$ fm^{-2} liegt der gesamte Quadrupolformfaktor um das 2- bis 3-fache über der Impulsnäherung. Für Impulsüberträge $q^2 \gg 150$ fm^{-2} spielen die Austauscheffekte eine dominierende Rolle. Sie heben den Quadrupolformfaktor um 1 Größenordnung über die Impulsnäherung.

Es ergibt sich auch für den gesamten Quadrupolformfaktor ein Minimum bei $q^2 \approx 120$ fm^{-2} in der Näherung $E=m_N$, welches wiederum durch die exakte Behandlung der Ladungsdichte um etwa 5 fm^{-2} zu kleineren Impulsüberträgen hin verschoben wird. Der Unterschied des exakt bestimmten Quadrupolformfaktors zu den Resultaten der $E=m_N$-Näherung liegt in ähnlicher Größenordnung wie beim Coulombformfaktor. Somit läßt auch hier die Näherung $E=m_N$ schon einen äußerstguten Schluß auf die Struktur des Quadrupolformfaktors zu.

Figur VI.13 zeigt den elektrischen Formfaktor des Deuterons für hohe Impulsüberträge. Die experimentellen Werte entstammen wiederum der Arbeit von Arnold et al. /9/. Es sind die Impulsnäherung sowie die Impulsnäherung unter Hinzunahme der Austauscheffekte dargestellt. Im Falle der Impulsnäherung wurden die elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren des empirischen Dipol-Fits verwendet.

Der Vergleich des exakt bestimmten Formfaktors mit der Näherung $E=m_N$ liefert für die Impulsnäherung bis zu einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 135$ fm^{-2} keine wesentlichen Unterschiede. Die Abweichungen liegen in diesem Impulsintervall im Prozentbereich. Erst für Impulsüberträge $q^2 > 140$ fm^{-2} sind beträchtliche Unterschiede zu erkennen. Der exakt bestimmte Formfaktor wird hier kleiner als 10^{-11}, wogegen die Näherung $E=m_N$ einen Formfaktor zwischen $1.3 \cdot 10^{-11}$ und $3.5 \cdot 10^{-11}$ ergibt. Im gesamten Bereich jedoch liegt die Impulsnäherung sowohl im exakten Fall als auch in der Näherung $E=m_N$ ganz beträchtlich unterhalb der experimentellen Werte.


$F^2_{E(q^2)}$
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
10^{-9}
10^{-10}
10^{-11}
70
90
110
130
150
170
190
q^2/fm^{-2}
E=m_N
E≠m_N
Impuls-Näherung + Austauschströme
(Blatnik-Zovko-Fit)
Impuls-Näherung + Austauschströme
(emp. Dipol-Fit)
Impuls-Näherung
(emp.Dipol-Fit)

Figur VI.13

Der Einfluß der Austauscheffekte ist im gesamten Impulsintervall erheblich. Im Falle des π-Paar- und RC+WFR-Stromes wurde einerseits der empirische Dipol-Fit, andererseits der Blatnik-Zovko-Fit für die Nukleon-Formfaktoren verwendet. Beim $\varrho\pi\gamma$-Term ist die ϱ-Zerfallsbreite berücksichtigt.

Vergleicht man zunächst den gesamten exakt bestimmten Formfaktor (gestrichtelte Linie) mit der Approximation $E=m_N$ (durchgezogene Linie) für Impulsüberträge q^2 110 fm^{-2}, so stellt sich heraus, daß der Unterschied zwischen beiden Kurven in etwa konstant einen Faktor 2 ausmacht. Die Obereinstimmung der Ergebnisse mit den Messungen bis $q^2 \leq 110$ fm^{-2} ist sowohl für die Näherung $E=m_N$ als auch für den exakten Formfaktor im Rahmen der experimentellen Genauigkeit äußerst gut.

Bei einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 120$ fm^{-2} tritt für den exakt bestimmten wie auch für die Approximation $E=m_N$ ein Minimum auf. Erzeugt wird dieses Minimum durch die Tatsache, daß der π-Paar-Term für hohe Impulsüberträge durch die $\varrho\pi\gamma$-Beiträge nicht genügend stark reduziert wird. Der Grund hierfür ist im ϱNN-Formfaktor zu suchen, bei dem ein Exponent von $n=3/2$ im Gegensatz zu der in Ref. /2/ benutzten Monopolform verwendet wird. Zum zweiten werden im Bereich der hier betrachteten Impulsüberträge sehr kurzreichweitige Anteile der Wellenfunktion des Deuterons - oder anders ausgedrückt, Anteile mit sehr hohen Impulskomponenten - abgefragt. Für diesen Bereich der N-N-Wechselwirkung sind jedoch im Rahmen des vorher beschriebenen 1-Boson-Austausch-Modells Meson-Nukleon-Formfaktoren eingeführt worden, insbesondere der schon vorher erwähnte ϱNN-Formfaktor, welcher für das Auftreten des Minimums in $F_E^2(q^2)$ verantwortlich gemacht werden kann.

Andererseits sind für Impulsüberträge oberhalb von $q^2 =$ 120 fm^{-2} die experimentellen Daten äußerst unsicher.

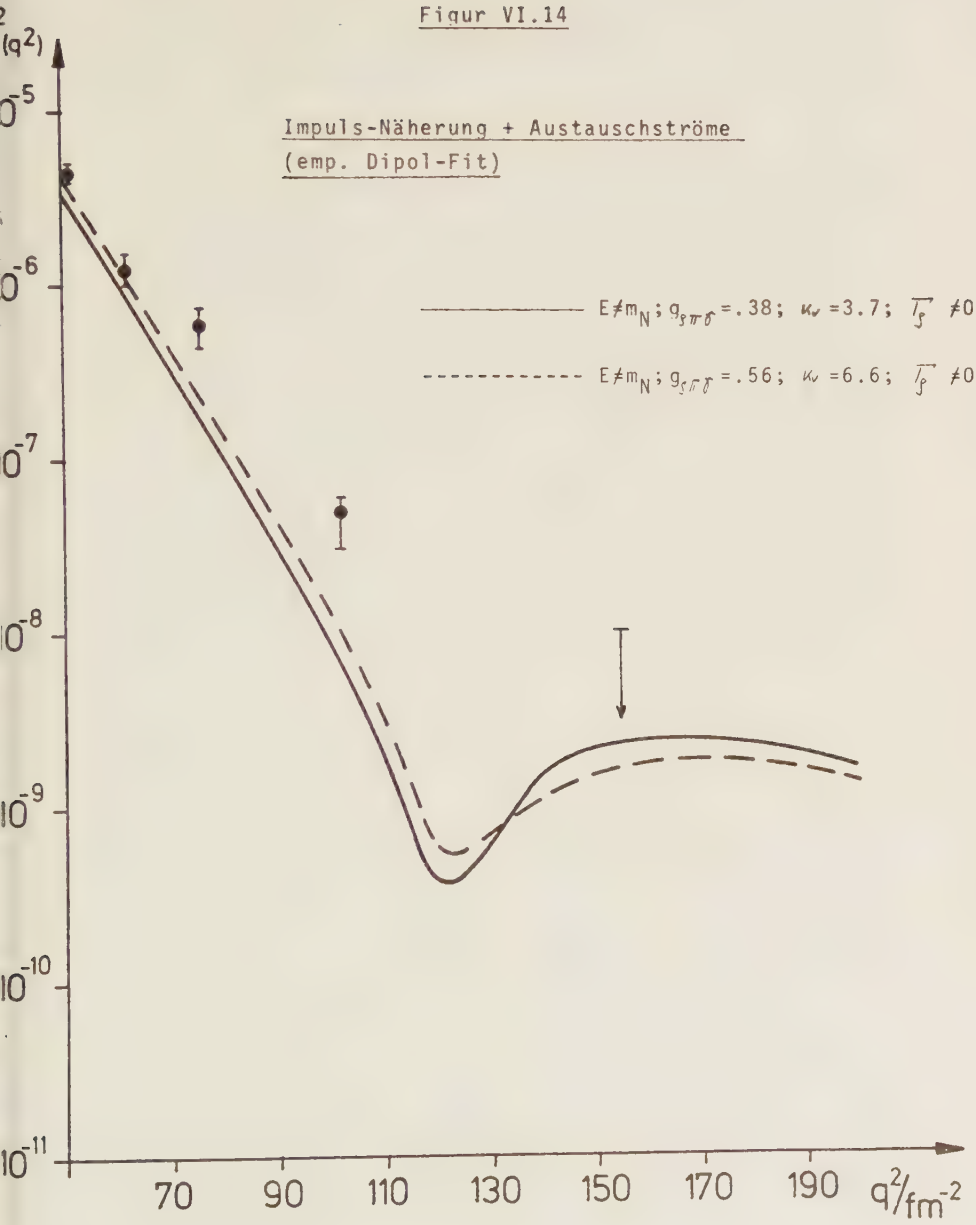
Für Impulsüberträge, die größer als $q^2=154\ fm^{-2}$ sind, existieren keine experimentellen Daten, wobei auch für $q^2=154\ fm^{-2}$ lediglich eine obere Grenze angegeben werden kann. In diesem Impulsbereich wären Messungen des elektrischen Deuteron-Formfaktors von eminenter Wichtigkeit.

Wie schon bei niedrigen und mittleren Impulsüberträgen liegt der exakte elektrische Formfaktor, bei dem der Blatnik-Zovko-Fit für die Nukleon-Formfaktoren verwendet wurde, bis zu einem Impulsübertrag von $q^2 \approx 100\ fm^{-2}$ um etwa einen Faktor 2 oberhalb desjenigen, bei dem der empirische Dipol-Fit berücksichtigt wurde. Auch hier ist ein Minimum bei $q^2 \approx 120\ fm^{-2}$ festzustellen, welches auf die vorher diskutierten Ursachen zurückzuführen ist. Im Rahmen der experimentellen Genauigkeit stimmt auch der mit dem Blatnik-Zovko-Fit berechnete Formfaktor bis $q^2 \approx 100\ fm^{-2}$ recht gut mit den Messungen überein. Somit ist auch für die hohen Impulsüberträge eine Bevorzugung des einen oder des anderen Fits der elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren anhand der experimentellen Daten nicht zu erkennnen.

Die hier gezeigten Ergebnisse für den gesamten elektrischen Deuteron-Formfaktor machen sehr deutlich, daß relativistische Korrekturen, wie sie zum einen auf die relativistische Kinematik, zum anderen auf dynamische Effekte durch eine relativistische Behandlung des Problems der N-N-Wechselwirkung zurückzuführen sind (vergl. Abschnitt IV.1), keinen großen Einfluß auf die Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors haben.

Innerhalb der hier gezeigten Bandbreite, die maximal einen Faktor 2 ausmacht und somit in den Rahmen der bis heute erreichten experimentellen Genauigkeit fällt, sind nicht-relativistische Näherungen, wie sie die Approximation $E=m_N$ darstellt, eminent zuverlässig.

Figur VI.14


Impuls-Näherung + Austauschströme
(emp. Dipol-Fit)
E≠m_N; g_sπγ = .38; κ_v = 3.7; Γ_s ≠0
E≠m_N; g_sπγ = .56; κ_v = 6.6; Γ_s ≠0
10^-5
10^-6
10^-7
10^-8
10^-9
10^-10
10^-11
70
90
110
130
150
170
190
q²/fm⁻²

Figur VI. 14 stellt die Fortsetzung der in Figur VI.7 gezeigten Kurven für hohe Impulsüberträge dar. Die Verwendung der mittels VI.7 bestimmten $\varsigma\pi\gamma$-Kopplungskonstanten sowie der anomalen magnetischen ςNN-Kopplung $K_v=6.6$ liefert eine geringfügige Anhebung des elektrischen Deuteron-Formfaktors. Im Intervall $60\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 110\ fm^{-2}$ liegt diese Anhebung zwischen 20% und 50%. Infolge der größeren $\varsigma\pi\gamma$-Kopplungskonstante und der größeren magnetischen Ankopplung des ς-Mesons an ein Nukleon fällt dem $\varsigma\pi\gamma$-Term ein größeres Gewicht sowohl beim Coulomb- als auch beim Quadrupolformfaktor zu. Für Impulsüberträge $q^2 > 110\ fm^{-2}$ wird also der π-Paar-Strom in stärkerer Weise reduziert. Die Folge ist eine Anhebung des Minimums des elektrischen Formfaktors um 50% sowie eine Absenkung für Impulsüberträge $q^2 \geq 140\ fm^{-2}$ zwischen 26% und 40%. Die Sensitivität des $\varsigma\pi\gamma$-Termes zeigt sich in diesem Impulsintervall in besonderem Maße. Eine weitergehende Untersuchung dieses Terms wäre aufgrund der obigen Diskussion wünschenswert.

Vergleich der Ergebnisse mit scaling-Untersuchungen

Ein Vergleich der Ergebnisse des 1-Boson-Austausch-Modells insbesondere für hohe Impulsüberträge mit Untersuchungen des scaling-Verhaltens des elektrischen Deuteron-Formfaktors ist hier von besonderem Interesse. Arbeiten von Brodsky, Farrar und Chertok /3,32/ sowie Chemtob /8/ behandeln dieses Problem.
Scaling-Gesetze reflektieren die hadronische Struktur der Nukleonen, d.h. im asymptotischen Bereich des Impulsübertrages werden durch die elektromagnetische Wechselwirkung elementare Fermionströme abgetastet. Ausgangspunkt einer solchen Betrachtung ist die Annahme eines idealen Systems aus punktförmigen elementaren Konstituenten, in dem Skalen-Parameter wie Massen, Kopplungskonstanten und Bindungsenergien vernachlässigt werden

können. Insbesondere wird im Falle des Deuterons eine 6-Quark-Struktur ohne Wechselwirkung angenommen. Die Voraussage dieses Modells für den elektrischen Formfaktor des Deuterons ist das folgende dimensionale scaling-Gesetz /3/:

$$F_E^2(q^2) = c\,(q^2)^{-5} \qquad \text{(VI.6)}$$

wobei der Exponent m=5=n-1 und n die Anzahl der elementaren Konstitutenten ist. Setzt man ein solches reines scaling-Gesetz an, so sollte sich bei idealem scaling-Verhalten c als echte Konstante herausstellen. Im Impulsbereich 60 $fm^{-2} \leqslant q^2 \leqslant 120\ fm^{-2}$ zeigt sich jedoch, daß für den unter Verwendung des empirischen Dipol-Fits berechneten Formfaktor (Fig. VI.13) sowohl im exakten Fall als auch in der Approximation $E=m_N$ ganz erhebliche Abweichungen von dem in (VI.6) angegebenen scaling-Verhalten ergeben. Im oben erwähnten Impulsintervall schwankt die Konstante c für die exakten Ergebnisse zwischen $697 \gg c \gg 9.7$ und in der Approximation $E=m_N$ zwischen $1004 \gg c \gg 21$. Bei diesen Schwankungen über Faktoren 50 bis 70 kann von einem idealen scaling-Verhalten des elektrischen Deuteron-Formfaktors für Impulsüberträge von $q^2=60\ fm^{-2}$ bis $q^2=120\ fm^{-2}$ keine Rede sein.

Ein anderer Ansatz für ein scaling-Verhalten ist durch folgendes phänomenologische Gesetz gegeben /68/:

$$F_E^2(q^2) = c\,F_{1P}^2\left(\frac{q^2}{4}\right)\left(1+\frac{q^2}{m_N^2}\right)^{-1} \qquad \text{(VI.7)}$$

Hierbei besitzt der Formfaktor F_{1P} die empirische Dipol-Form (III.73):

$$F_{1P}(q^2) = \left(1+\frac{q^2}{0.71\,GeV^2}\right)^{-2} \qquad \text{(VI.8)}$$

Der Vergleich mit dem Ansatz (VI.7) ergibt im Bereich $60\ fm^{-2} \lesssim q^2 \lesssim 100\ fm^{-2}$ eine Schwankung der Konstanten c innerhalb eines Faktors 10 für die Approximation $E=m_N$ und Abweichungen um einen Faktor 20 im Falle der exakten Ergebnisse. Lediglich zwischen $q^2=60\ fm^{-2}$ und $q^2=80\ fm^{-2}$ ist ein in etwa konstantes Verhalten zu erkennen, das innerhalb eines Faktors 3-4 schwankt.

Ein ähnliches Ergebnis liefert der Vergleich der vorliegenden Ergebnisse mit der Vorhersage des Quark-Modells /3/. Hier wird ein scaling-Verhalten des Deuteron-Formfaktors der Form (VI.7) vorhergesagt. Der Unterschied zum phänomenologischen Ansatz in Ref. /68/ besteht im Folgenden: Während in /68/ die Nukleon-Masse m_N als scaling-Masse verwendet wurde, ist in /3/ eine scaling-Masse $m_c^2 = 0.28\ GeV^2$ benutzt worden, die der Parametrisierung des π-Formfaktors entstammt. Da sich jedoch an der funktionalen Struktur des scaling-Gesetzes nichts ändert, liegen auch bei diesem Vergleich die Schwankungen der Konstanten c in der oben erwähnten Größenordnung.

Einen anderen Zugang zum scaling-Verhalten des elektrischen Deuteron-Formfaktors liefern die Arbeiten von Chemtob /8/, Blankenbecler und Schmidt /34,35/ sowie Frankfurt und Strikman /36/. Dieser phänomenologische Zugang basiert auf einer relativistischen Behandlung der Impuls-Approximation, in der die Grundlage der Beschreibung eines Systems aus Nukleonen die allgemeinen Ergebnisse der Dynamik eines Referenzsystems benutzt, welches sich mit einem Schwerpunktimpuls $\vec{P} \to \infty$ bewegt. Dieses System wird im allgemeinen "infinite momentum frame" genannt.

Insbesondere erweitert die Arbeit von Chemtob /8/ die vorhergehenden Arbeiten auf den Fall von Nukleonen mit Spin. Auf der Grundlage dieses phänomenologischen Zugangs findet Chemtob folgendes asymptotische Verhalten eines A-Teilchen-

Formfaktors /8/:

$$F_A(q^2) \xrightarrow[q^2\to\infty]{} \frac{F_a(q^2)}{(\vec{q}_T^{\,2})^{T(A-a)}} \ln\left(\frac{\vec{q}_T^{\,2}}{m_T^2}\right) \qquad \text{(VI.9)}$$

m_T ist ein Massenparameter. T ist ein der Theorie nicht zugänglicher freier Parameter und unterliegt somit keiner physikalischen Interpretation. $F_a(q^2)$ beschreibt den elektromagnetischen Proton-Formfaktor in der Dipol-Form (VI.6a). Da hier eine phänomenologische Basis zur Beschreibung der elektromagnetischen Struktur eines A-Nukleonen-Systems gewählt wurde - speziell des Deuterons -, ist dieses Modell von nur begrenzter Zuverlässigkeit. Es läßt lediglich qualitative Aussagen aufgrund des unkontrollierbaren Parameters T zu.

Vergleicht man die in Figur VI.13 dargestellten Ergebnisse mit denen durch das scaling-Gesetz (VI.9) für den Fall von Nukleonen mit Spin ermittelten, so stellt sich folgendes heraus: Für den Parameter T=2 ergibt sich im Impulsintervall 60 $fm^{-2} \leq q^2 \leq 100\ fm^{-2}$ eine Übereinstimmung der Approximation $E=m_N$ mit den scaling-Daten innerhalb eines Faktors 2-4. Im Falle T=3 liegen die in Ref. /8/ ermittelten Werte in diesem Impulsintervall um Faktoren 6-40 unterhalb der Näherung $E=m_N$. Auch für den exakt bestimmten elektrischen Deuteron-Formfaktor zeigt sich, daß die mit T=2 berechneten Werte eine Übereinstimmung innerhalb eines Faktors 3-8 liefern. Im Gegensatz zu $E=m_N$ liegt der hier berechnete exakte Formfaktor nur um Faktoren 4-7 oberhalb der mit T=3 bestimmten Daten. In jedem Falle läßt sich feststellen, daß sowohl die Näherung $E=m_N$ als auch der exakt bestimmte elektrische Deuteron-Formfaktor zwischen den durch T=2 und T=3 ermittelten scaling-Daten aus Ref. /8/ liegen.

Der Vergleich der vorliegenden Ergebnisse mit dem sowohl auf der Basis des Quark-Modells als auch auf phänomenolo-

gischer Grundlage bestimmten scaling-Gesetze für den elektrischen Deuteron-Formfaktor sollte allerdings sehr kritisch betrachtet werden. Die dimensionalen scaling-Gesetze der Form (VI.8) beruhen auf der Betrachtung eines wechselwirkungsfreien Systems elementarer punktförmiger Teilchen. Sie haben laut Voraussetzung ihre Gültigkeit im Bereich sehr hoher Impulsüberträge, was mathematisch durch den Grenzfall $q^2 \to \infty$ beschrieben wird. Somit sind sie als asymptotische Regeln aufzufassen. Andererseits treten gerade im asymptotischen Bereich infolge der Wechselwirkung der Konstituenten des betrachteten Systems untereinander scaling-verletzende Effekte auf /70,71/. Angesichts dieser Tatsache ist hier zu fragen, ob scaling-Gesetze in dem hier betrachteten Impulsintervall eine adäquate Beschreibung der elementaren Vorgänge liefern.

In diesem Zusammenhang ist ein wichtiger Punkt zu erwähnen: Scaling-Gesetze geben zumindest Hinweise auf die dynamische Beschreibung elementarer Phänomene. Untersuchungen, wann ein scaling-Verhalten eintritt und inwieweit scaling-Gesetze verletzt werden, werden häufig dadurch beschrieben, daß scaling als ein präasymptotisches Phänomen anzusehen ist /8/.

Die Frage, ob die Beschreibung des elektrischen Deuteron-Formfaktors durch eine mesonentheoretische oder eine quarkdynamische Behandlung des Problems die richtige ist, kann im Bereich hoher Impulsüberträge anhand der vorliegenden experimentellen Daten nicht entschieden werden. Im hier betrachteten präasymptotischen Bereich halte ich die mesonentheoretische Beschreibung quantitativ für zuverlässiger, da sie weitgehend phänomenologischen Input vermeidet, obwohl implizit gerade die Bereiche hoher Impulskomponenten der Deuteron-Wellenfunktion eine wesentliche Unsicherheit darstellen. Genaue Messungen des elektrischen Deuteron-Formfaktors für sehr hohe Impulsüberträge würden hier eine große Hilfe darstellen.

VII. Zusammenfassung und Folgerungen

Die vorliegende Arbeit befaßte sich mit der Untersuchung der elektromagnetischen Struktur des Deuterons im Rahmen des 1 - Boson - Austausch - Modells mittels elastischer Elektron - Deuteron - Streuung bis zu hohen Impulsüber= trägen ($q^2 \approx 200\ fm^{-2}$). Die mit einer solchen Analyse verbundenen Probleme wurden in dem sehr anschaulichen Bild des "Gordischen Knotens "(Fig.I.1) illustriert. Der Anspruch dieser Arbeit konnte es nicht sein, all die in Fig. I.1 dargestellten Probleme zu lösen,da hierzu eine umfassende Theorie der starken Wechselwirkung existieren müßte. Bis zum heutigen Zeitpunkt ist dies jedoch nicht der Fall. Aus diesem Grunde wurde eine konsistente und relativistische Behandlung sowohl der Impulsnäherung als auch der meso= nischen Austauscheffekte,deren Einführung aufgrund der Beschreibung der N - N - Wechselwirkung durch den Austausch von Mesonen notwendig ist, durchgeführt. Hierdurch ist ein tieferes Verständnis der elektromagnetischen Struktur des Deuterons qualitativer wie auch quantitativer Art möglich geworden.

Im Rahmen des S - Matrix - Formalismus wurde im Abschnitt II der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung in 1. Born'scher Näherung her= geleitet.Die Berechnung der invarianten Amplitude $/M_{fi}/^2$, die die alleinige Information über die dynamische Struk= tur des Deuterons enthielt, führte auf die Einführung der elektrischen und magnetischen Strukturfunktionen $A(q^2)$ und $B(q^2)$. Die Funktionen ließen sich aus den Matrixele= menten des elektromagnetischen Stroms des Deuterons bestim= men. Eine Zerlegung dieser Funktionen in Coulomb -, Quadrupol- und magnetischen Formfaktor wurde durchgeführt, um nähere Information über die Beiträge der verschiedenen mesonischen Austauschprozesse wie auch über die Impuls= näherung zu erlangen. Aus einer Linearkombination des Coulomb- und Quadrupolformfaktors wurde der elektrische Deuteron-Formfaktor $F_E(q^2)$ definiert.Dieser Formfaktor

stellte eine experimentell ermittelbare Größe dar. Die Lorentz-Invarianz der Amplitude $|M_{fi}|^2$ führte dazu, daß Matrixelemente des elektromagnetischen Stromoperators des Deuterons in einem beliebigen Bezugssystem berechnet werden konnten. In dieser Arbeit wurde hierzu das Breit-System herangezogen, das eine weitgehend symmetrische Behandlung des Anfangs- und Endzustandes des Deuterons zuließ.

Im folgenden Kapitel III. wurde ein beliebiger Kern - im speziellen vorliegenden Fall das Deuteron - konsistent als System aus Mesonen und Nukleonen beschrieben. Durch Anwendung eines Projektionsverfahrens auf der Basis unitärer Transformationen (FST - Formalismus), konnte eine Projektion auf das Meson-Antinukleon-Vakuum durchgeführt werden. Aufgrund dieses Verfahrens enthielt die Wellen-funktion eines Kerns ausschließlich nukleonische Kompo-nenten. Des weiteren konnte eine Konstruktionsvorschrift für effektive Operatoren im Raum der Nukleonen angegeben werden. Dies machte eine Bestimmung dieser effektiven Operatoren im Rahmen vorgegebener Modellannahmen über das System möglich. Hier zeigte sich ein bedeutender Vorteil der angewandten Methode: Bei der Wahl eines Modells des Meson-Nukleon-Systems können ausschließlich physikalische Gesichtspunkte herangezogen werden. Darüber hinaus ist eine nicht-kovariante Beschreibung des Systems keine Notwendigkeit mehr, sodaß die durch nichtrelativistische Reduktionen auftretenden Unsicherheiten ausgeschlossen sind.

Weiterhin wurde im Rahmen des FST-Formalismus das effektive 1-Boson-Austausch-Potential (OBEP) hergeleitet. Dieses Potential konnte als Summe über die Feynman-Amplituden der wesentlichen zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung bei-tragenden $J^P = 0^+$ -, 0^- - und 1^- - Mesonen verstanden werden, d.h. skalarer, pseudoskalarer- und Vektormesonen. Insbesondere wurde der Austausch von π-, η-, σ-, δ-, ϱ-, ω-und ϕ - Mesonen berücksichtigt. Das so gewonnene effektive 1-Boson-Austausch-Potential wurde an die Niederenergie-Streu-

daten der N-N-Streuung bis zu einer Laborenergie von etwa 400 MeV und an die Deuteron-Bindungsenergie angefittet. Hier dienten die Kopplungskonstanten der entsprechenden Meson-Nukleon-Wechselwirkungen sowie die Cut-off-Massen der Meson-Nukleon-Formfaktoren als Fit-Parameter. In diesem Zusammenhang ist ein besonders wichtiger Punkt zu erwähnen: Im Unterschied zu phänomenologischen Potentialen dienten mit Ausnahme der inden Formfaktoren auftretenden Cut-off-Massen ausschließlich physikalisch interpretierbare Größen als Potentialparameter, nämlich die Meson-Nukleon-Kopplungs= konstanten.

In der gleichen Weise wie das effektive 1-Boson-Austausch-Potential wurden im weiteren effektive elektromagnetische Austauschströme konstruiert.Hierdurch war eine eindeutige Identifikation und Definition der elektromagnetischen Austauschströme im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells gewährleistet. Die Wechselwirkung eines elektromagnetischen Feldes mit dem Meson-Nukleon-System wurde als Summe ver= schiedener Beiträge näher spezifiziert: a)die Nukleon-Photon-Wechselwirkung ($N\gamma$); b)die durch minimale Substi= tution am Meson-Nukleon-Vertex erzeugten sowie alle in sich eichinvarianten Nukleon-Meson-Photon-Wechselwirkun= gen ($NM\gamma$); c)die Wechselwirkung eines Photons mit Mesonen ($MM'\gamma$).Es stellte sich heraus, daß der mit diesen Wechsel= wirkungen konstruierte elektromagnetische Stromoperator in zwei Anteile aufgespalten werden konnte. Der 1-Teilchen-Anteil dieses Stromes wird im allgemeinen als Impuls= näherung bezeichnet.Er war vollständig durch die relati= vistische Ankopplung eines Photons an ein Nukleon gegeben. Der restliche Anteil des effektiven Stromoperators ,welcher intermediär Mesonen enthielt,zerfiel wiederum in 2 Teile: a) einen effektiven 1-Teilchen-Anteil; b)einen reinen 2-Teilchen-Operator. Der effektive 1-Teilchen-Anteil beschrieb ähnlich wie beim 1-Boson-Austausch-Potential Massenrenormierungsterme für die Nukleonen und Mesonen sowie Vertexrenormierungsterme für die Meson-Nukleon-

Vertices. Darüber hinaus traten Vertexrenormierungsterme für den N-γ-Vertex auf,die im weiteren durch elektromag= netische Nukleon-Formfaktoren beschrieben wurden. Der vollständige effektive Austauschstrom war durch den reinen 2-Teilchen-Anteil des effektiven Stromoperators gegeben. Dieser Austauschstrom war somit konsistent mit dem effektiven 1-Boson-Austausch-Potential und damit mit der Beschreibung des Deuterons als Meson-Nukleon-System bestimmt.

Mit Hilfe der vorher beschriebenen Wechselwirkungen des elektromagnetischen Feldes mit einem Meson-Nukleon-System konnte der effektive elektromagnetische Austausch-Strom in folgende Anteile aufgespalten werden: a) den Seagull-Strom, b) den mesonischen Strom, c) den Nukleon-Antinukleon-Paar-Strom (N-$\bar{N}$), d) den Recoil- und Wellenfunktionsrenormierungsstrom (RC+WFR). Insbesondere brauchte für den Fall der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung nur der Anteil des effektiven Stromes betrachtet zu werden, welcher isoskalaren Charakter hatte. Ein isoskalarer Seagull-Strom konnte im Falle des Deuterons nicht auftreten. Beim mesonischen Strom stellte sich heraus, daß es aufgrund der Isospininvarianz und der Invarianz der starken Wechselwirkung unter Ladungskonjugation keinen Strom geben konnte, an dem gleiche Mesonen beteiligt sind, z.B. $\pi\pi\gamma$. Von den übrigen gemischten Strömen war eine dominierende Rolle des $\varsigma\pi\gamma$ -Termes zu erwarten, während alle übrigen Terme nur etwa 1% - 2% dieses Stromes ausmachten.

Im Falle des N-$\bar{N}$-Paar- und des RC+WFR-STromes zeigte sich, daß hier der π -Austausch eine führende Rolle spielen würde. Die Beiträge für den Austausch der übrigen Mesonen lagen im Vergleich zum π -Austausch zwischen 1% und 5%.

Kapitel IV. beschäftigte sich mit dem Eigenwertproblem des Deuterons im Impulsraum. Die zur Berechnung der elektromagnetischen Formfaktoren des Deuterons notwendigen Matrix-

elemente mußten aufgrund der Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnittes in Kapitel II. im Breit-System bestimmt werden. Dies bedeutete, daß die Eigenwertgleichung für das Deuteron in einem mit den Impulsen $\vec{q}/2$ bzw. $-\vec{q}/2$ bewegten Bezugssystem gelöst werden müßte. Eine wesentliche Frage in diesem Zusammenhang war zunächst, ob es im Rahmen des Projektions-Formalismus notwendig und dem in der vorliegenden Arbeit behandelten Problem angepaßt ist, die Deuteron-Wellenfunktion in einem allgemein bewegten Bezugssystem zu bestimmen. Zur Analyse dieser Frage wurden Matrixelemente des elektromagnetischen Stromoperators im Breit-System untersucht. Die Lorentz-Transformation der mit $\vec{q}/2$ bzw. $-\vec{q}/2$ bewegten Deuteron-Zustände faktorisierte in zwei Anteile. Zum einen ergab sich eine Transformation, deren erzeugender Operator der freie Boost-Operator war, welcher sich als Summe aus 1-Teilchen-Operatoren darstellen ließ. Diese Transformation beschrieb die Lorentz-Kontraktion interner Koordinaten sowie die Wigner-Rotation der Nukleonen-Spins. Insbesondere wurden hierdurch die 1-Teilchen-Energien und -Impulse der Nukleonen beeinflußt. Zum anderen mußte aufgrund der Wechselwirkung zwischen Mesonen und Nukleonen ein Wechselwirkungsterm im Boost-Operator eingeführt werden. Dies führte auf einen Wechselwirkungsanteil in der vorher erwähnten Lorentz-Transformation. Die konsistente Behandlung der Lorentz-Transformation im Rahmen des Projektions-Formalismus - d.h. die Projektion der Zustände auf rein nukleonische Anteile - lieferte wie auch im vorhergehenden Abschnitt effektive Lorentz-Transformationen für den Anfangs- und Endzustand. Damit wurden einerseits die bei der Berechnung von Matrixelementen des elektromagnetischen Stromoperators im Breit-System auftretenden Deuteron-Zustände auf das Ruhesystem transformiert, andererseits wurden diese Zustände auf rein nukleonische Anteile projiziert. Die Folge dieser Transformationen war zum einen die Beeinflussung des effektiven elektromagnetischen Stromoperators durch die freie Lorentz-Transformation, zum anderen das Auftreten zusätzlicher Austausch-Effekte, die die Struktur von Wellen-

funktionsrenormierungstermen besaßen.

Zunächst wurden die Effekte der freien Lorentz-Transformation abgeschätzt, welche die Transformation der Nukleonenimpulse und -energien bewirken. Es stellte sich heraus, daß dieser Anteil der freien Lorentz-Transformation nur einen geringen Einfluß auf die Berechnung von Matrixelementen haben kann. Eine obere Grenze für den Einfluß der freien Lorentz-Transformation stellt der Unterschied zwischen der Näherung $E=m_N$ - d.h. Vernachlässigung der Nukleonenimpulse - und der Berechnung mit $E \neq m_N$ dar, welche im Zusammenhang mit den numerischen Ergebnissen ausführlich diskutiert wurde. Aufgrund dieser Abschätzung konnte der Einfluß des durch den freien Boost-Operator erzeugten Anteils der gesamten Lorentz-Transofrmation in sehr guter Näherung vernachlässigt werden.

Da die durch den Wechselwirkungsanteil des Boost-Operators induzierten zusätzlichen Austauscheffekte die gleiche Struktur besaßen wie Wellenfunktionsrenormierungsterme, wurden die hier zu erwartenden Beiträge gegenüber den Beiträgen des RC+WFR-Stroms abgeschätzt. Auch hier konnten wir uns auf den π-Austausch beschränken, da äquivalent zum RC+WFR-Strom vom π-Austausch die dominierenden Effekte zu erwarten waren. Für verschiedene Impulskomponenten der Relativbewegung im Deuteron wurde der zusätzliche Austauschstrom mit dem RC+WFR-Strom verglichen. Sowohl für $p \approx 1.0$ fm^{-1} -1.4 fm^{-1} - dies entspricht in etwa der π-Reichweite - als auch für $p \approx 2.5$ fm^{-1} - 3.0 fm^{-1} - dies entspricht dem core-Bereich der N-N-Wechselwirkung - waren Beiträge des zusätzlichen Austauschstroms zu erwarten, die auch für sehr hohe Impulsüberträge maximal in der gleichen Größenordnung lagen wie die Beiträge des RC+WFR-Stromes. Angesichts der Tatsache, daß sich für den RC+WFR-Strom Beiträge zum Coulomb- und Quadrupolformfaktor ergaben, die 1 - 2 Größenordnungen kleiner waren als die führenden Beiträge des π-Paar- und $\rho\pi\gamma$-Stromes kam den durch die Lorentz-Transformation induzierten zusätzlichen Austausch-

effekten eine ähnlich untergeordnete Bedeutung zu wie dem RC+WFR-Strom. Auch für hohe Impulsüberträge lagen die zu erwartenden Beiträge dieser Effekte zum elektrischen Deuteron-Formfaktor unter 1%. Dies unterschreitet den Rahmen der experimentellen Genauigkeit. In diesem Sinne konnten Matrixelemente des effektiven elektromagnetischen Stromoperators im Breit-System in sehr guter Approximation mit Hilfe von Deuteron-Wellenfunktionen berechnet werden, die im Ruhesystem bestimmt wurden.

Darüber hinaus wurde beschrieben, daß die durch die Lorentz-Transformation der Zustände induzierten Austauscheffekte sehr kurzreichweitigen Charakter haben, d.h. es würden sehr kurzreichweitige Anteile der N-N-Wechselwirkung abgetastet. In diesem Bereich weist jedoch auch das effektive 1-Boson-Austausch-Potential infolge des Fits an die Niederenergie-Streudaten der N-N-Streuung Unsicherheiten auf. Somit würde auch die Berechnung der zusätzlichen Austauscheffekte mit der gleichen Unsicherheit behaftet sein. Um weitere Unsicherheiten zu vermeiden, wurde auch aus den vorher erwähnten Gründen im Hinblick auf die praktische Berechnung der zusätzlichen Austauscheffekte verzichtet. Das 1-Boson-Austausch-Modell, welches die Grundlage der Beschreibung der N-N-Wechselwirkung in der vorliegenden Arbeit bildet, wäre in diesem Sinne überstrapaziert.

Im weiteren wurde die Eigenwertgleichung für das Deuteron mit Hilfe des in Abschnitt III. bestimmten 1-Boson-Austausch-Potentials im Impulsraum konkret gelöst.

In Kapitel V. erfolgte die konkrete Berechnung von Matrixelementen der in Abschnitt III. bestimmten effektiven Ströme. Hierzu wurden die entsprechenden Operatoren nach irreduziblen Tensoren klassifiziert, wobei die Kinematik des Breit-Systems zugrunde gelegt wurde. Die Berechnung der Matrixelemente erfolgte für die Impulsnäherung und

für die Austauscheffekte getrennt, da sich im Falle der Impulsnäherung ein Zusammenhang der Relativimpulse des 2-Teilchen-Systems im Anfangs- und Endzustand ergab. Die hier ermittelten Matrixelemente ließen sich sodann für eine konkrete numerische Berechnung des Coulomb- und Quadrupolformfaktors und damit des elektrischen Formfaktors des Deuterons verwenden.

Bei der konkreten Diskussion der numerischen Ergebnisse in Kapitel VI. wurden zwei Bereiche für den Impulsübertrag des Elektrons an das Deuteron unterschieden: a) Der Bereich niedriger und mittlerer Impulsüberträge $0 fm^{-2} \leqslant q^2 \leqslant 60\ fm^{-2}$; b) der Bereich hoher Impulsüberträge $50\ fm^{-2} \leqslant q^2 \leqslant 200\ fm^{-2}$. In beiden Bereichen wurden die Beiträge der Impulsnäherung zum einen, zum anderen die relativen Beiträge der einzelnen in Abschnitt III. hergeleiteten Austauscheffekte diskutiert. Von wesentlicher Bedeutung war hier der Vergleich der Ergebnisse, die mit den exakten 1-Teilchen-Energien der Nukleonen berechnet wurden, mit denen, die der niedrigsten Näherung der Entwicklung der effektiven Operatoren und Potenzen von $\vec{p}/m_N$ entsprachen. Die Näherung war äquivalent der Vernachlässigung der in den Nukleonen-Energien auftretenden Impulse und wurde aus diesem Grunde mit $E=m_N$ bezeichnet.

Bei Verwendung der exakten Energien galt $E \neq m_N$. Zunächst wurde im Bereich niedriger und mittlerer Impulsüberträge der elektrische Deuteron-Formfaktor durch die mesonischen Austauscheffekte für Impulsüberträge $q^2 > 10\ fm^{-2}$ deutlich angehoben. Eine dominierende Rolle kommt hier dem π-Paar-Term zu. Aber auch der $\sigma\pi\gamma$-Strom liefert wesentliche Beiträge zum elektrischen Deuteron-Formfaktor. Betrachtet man den Unterschied zwischen den Ergebnissen der Approximation $E=m_N$ und den mit $E \neq m_N$ bestimmten Werten, so ist keine erhebliche Differenz festzustellen. Es ergibt sich im gesamten Impulsintervall niedriger und mittlerer Impulsüberträge

eine kleine Absenkung des elektrischen Deuteron-Formfaktors durch die Verwendung der exakten 1-Teilchen-Energien der Nukleonen. Jedoch liefern beide Rechnungen im Rahmen der experimentellen Genauigkeit gleich gute Übereinstimmung mit den Meßwerten. Dies bedeutet, daß allein durch die Näherung $E=m_N$ alle wesentlichen Gesichtspunkte der elektromagnetischen Struktur des Deuterons erfaßt sind. Da die Approximation $E=m_N$ eine äußerst drastische Näherung darstellt, gibt der berechnete Unterschied zur Rechnung mit $E\neq m_N$ eine obere Grenze für die Größenordnung relativistischer Korrekturen an. Insbesondere solche Korrekturen, wie sie durch eine Lorentz-Transformation der Deuteron-Wellenfunktion von einem bewegten System in das Ruhesystem entstehen (siehe Kapitel IV.), dürften in der gleichen Größenordnung liegen, wie der Unterschied der hier berechneten Ergebnisse. Die Angabe einer Bandbreite für die Größenordnung relativistischer Korrekturen ist im Hinblick auf weitere Berechnungen im Rahmen des Meson-Austausches von äußerster Wichtigkeit, da man auch hier die wesentlichen Gesichtspunkte des entsprechenden Modells allein durch die Näherung $E=m_N$ der Nukleonen-Energien beschreiben kann.

Des weiteren wurde untersucht, welchen Einfluß die Verwendung verschiedener elektromagnetischer Nukleon-Formfaktoren auf die Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors hat. Insbesondere wurden zum einen der empirische Dipol-Fit, zum anderen der Blatnik-Zovko-Fit untersucht. Letzterer ist auf der Grundlage von Dispersionsrelationen erstellt worden. Es zeigte sich, daß für Impulsüberträge bis $q^2 \approx 60\ fm^{-2}$ im Rahmen der experimentellen Genauigkeit keiner der beiden Fits begünstigt wird. Eine Unterscheidung der Fits ist durch einen Vergleich mit den Messungen nicht möglich. In diesem Bereich wären genauere Messungen des elektrischen Deuteron-Formfaktors von sehr großem Nutzen.

Weiterhin wurde der Einfluß der Zerfallsbreite des ϱ - Mesons im Zusammenhang mit den Beiträgen des $\varrho\pi\gamma$ - Stromes untersucht. Es zeigte sich, daß durch die Berücksichtigung der Zerfallsbreite des ϱ -Mesons ein nicht zu vernachlässigender Effekt auftrat. Jedoch waren keine prinzipiell erheblichen Abweichungen von den Ergebnissen der Rechnung ohne Zerfallsbreite zu bemerken.

Im gesamten Bereich hoher Impulsüberträge $50\ fm^{-2} \leq q^2 \leq 200\ fm^{-2}$ war der Einfluß der mesonischen Austauscheffekte auf die Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors ganz erheblich. Hier spielten die Beiträge der Impulsapproximation eine untergeordnete Rolle, so daß der elektrische Deuteron-Formfaktor in diesem Bereich allein durch die Austausch-Effekte bestimmt war.

Gerade in dem Bereich hoher Impulsüberträge war ein Vergleich der Ergebnisse der Näherung $E=m_N$ und den mit $E\neq m_N$ bestimmten Werten von wesentlicher Bedeutung, da hier den relativistischen Korrekturen eine wichtige Rolle zukommen sollte. Jedoch zeigte sich auch für hohe Impulsüberträge ein ähnliches Verhalten des elektrischen Deuteron-Formfaktors wie schon bei niedrigen und mittleren Impulsüberträgen. Der Unterschied zwischen beiden Rechnungen machte maximal einen Faktor 2 aus. Dies fiel wiederum in den Rahmen der bis heute erreichten experimentellen Genauigkeit. Die Ergebnisse für den elektrischen Deuteron-Formfaktor machten sehr deutlich, daß relativistische Korrekturen, wie sie einerseits auf die relativistische Kinematik, andererseits auf dynamische Effekte durch eine relativistische Behandlung des Problems der N-N-Wechselwirkung zurückzuführen sind (vergl. Abschnitt IV), keinen großen Einfluß auf die Bestimmung des elektrischen Deuteron-Formfaktors haben. Nichtrelativistische Näherungen, wie sie die Approximation $E=m_N$ darstellt, liefern im Rahmen der bis heute erreichten experimentellen Genauigkeit zum einen, zum anderen im Rahmen der bis heute

erlangten theoretischen Kenntnisse über die Struktur der N-N-Wechselwirkung äußerst zuverlässige Ergebnisse. Wie schon erwähnt, erlangen die Erkenntnisse über die Größenordnung von relativistischen Korrekturen im Hinblick auf erweiterte Betrachtungen im Zusammenhang mit der Untersuchung der elektromagnetischen Struktur des Deuterons wie auch anderer Kerne eine besondere Bedeutung, da man auch hier die wesentlichen Gesichtspunkte durch eine nichtrelativistische Näherung der elektromagnetischen Operatoren erfassen kann.
Weiterhin konnte auch für die hohen Impulsüberträge eine Bevorzugung des empirischen Dipol-Fits oder des Blatnik-Zovko-Fits für die elektromagnetischen Nukleon-Formfaktoren anhand eines Vergleichs mit den Meßdaten des elektrischen Formfaktors des Deuterons nicht festgestellt werden. Jedoch muß hier gesagt werden, daß gerade für hohe Impulsüberträge $q^2 \gtrsim 120\ fm^{-2}$ die experimentellen Daten äußerst unsicher sind. Für Impulsüberträge $q^2 > 154\ fm^{-2}$ existieren keine experimentellen Werte, wobei auch für $q^2 = 154\ fm^{-2}$ lediglich eine obere Grenze angegeben wurde. In diesem Impulsbereich bekommen genauere Messungen des elektrischen Deuteron-Formfaktors einen besonders wichtigen Stellenwert, da hier rein mesonische Austauscheffekte durch die elastische Elektron-Deuteron-Streuung abgetastet werden. Die hierdurch ermittelten Informationen über den kurzreichweitigen Anteil der N-N-Wechselwirkung wäre im Hinblick auf die Entscheidung der Richtigkeit verschiedener Modellannahmen über die starke Wechselwirkung von eminenter Wichtigkeit.

In diesem Zusammenhang wurden die vorliegenden Ergebnisse dieser Arbeit insbesondere für hohe Impulsüberträge mit Untersuchungen des scaling-Verhaltens des elektrischen Deuteron-Formfaktors verglichen. Die Annahme war, daß im asymptotischen Bereich des Impulsübertrages durch die elektromagnetische Wechselwirkung elementare Fermion-

ströme abgetastet werden. Im Falle des Deuterons lag eine 6-Quark-Struktur den Überlegungen zugrunde. Ein Vergleich der dimensionalen scaling-Gesetze, die allein eine Funktion der Anzahl der elementaren Konstituenten sind, lieferte keine Übereinstimmung mit den vorliegenden Ergebnissen. Hieraus ist zu schließen, daß die einfache Annahme, das Deuteron sei ein System aus 6 Quarks ohne eine Wechselwirkung, nicht richtig sein kann. In diesem Sinne wäre es interessant, eine Vereinheitlichung der mesonentheoretischen Überlegungen mit den Erkenntnissen im Quark-Modell vorzunehmen.

Darüber hinaus wurde ein Vergleich der mesonentheoretischen Ergebnisse dieser Arbeit mit Untersuchungen vorgenommen, deren Ausgangspunkt eine relativistische Behandlung der Impulsapproximation ist, wobei die Grundlage der Beschreibung eines Systems aus Nukleonen die allgemeinen Ergebnisse der Dynamik des sogenannten "infinite momentum frame" sind. Dieser Zugang zum Problem der elektromagnetischen Wechselwirkung mit einem System von Nukleonen ist jedoch phänomenologischer Art. Aus diesem Grunde war dieses Modell von nur begrenzter Zuverlässigkeit, welches lediglich qualitative Aussagen über die elektromagnetische Struktur eines A-Nukleonen-Systems - speziell des Deuterons - zuließ. Auch hier ergab der Vergleich der vorliegenden, im Rahmen des 1-Boson-Austausch-Modells ermittelten Daten mit den Ergebnissen des vorher erwähnten Modells lediglich eine Übereinstimmung innerhalb von Faktoren 3 - 8.

Der Vergleich der in dieser Arbeit ermittelten Ergebnisse mit den sowohl auf Basis des Quark-Modells als auch auf phänomenologischer Grundlage bestimmten scaling-Gesetze für den elektrischen Deuteron-Formfaktor sollte allerdings sehr kritisch betrachtet werden. Solche Gesetze haben ihre Gültigkeit im asymptotischen Bereich des Impulsübertrages. Wie man heute weiß, treten gerade in die-

sem Bereich scaling-verletztende Effekte auf, die auf die Wechselwirkung der angenommenen punktförmigen elementaren Konstituenten untereinander zurückzuführen sind. Angesichts dieser Tatsache ist an dieser Stelle zu fragen, ob scaling-Gesetze insbesondere für hohe Impulsüberträge eine adäquate Beschreibung der elementaren Vorgänge liefern. Anhand der vorliegenden experimentellen Daten läßt sich die Frage, ob eine mesonentheoretische oder eine quarkdynamische Beschreibung der elektromagnetischen Struktur des Deuterons die richtige ist, nicht entscheiden. Im hier betrachteten präasymptotischen Bereich des Impulsübertrages sind die in dieser Arbeit ermittelten mesonentheoretischen Ergebnisse als sehr zuverlässig anzusehen, da weitgehend phänomenologischer Input vermieden wird. Jedoch muß erwähnt werden, daß implizit gerade die Bereiche hoher Impulskomponenten der Deuteron-Wellenfunktion eine wesentliche Unsicherheit darstellen. Es ist somit für die Zukunft eine unbedingte Notwendigkeit, genaue Messungen des elektrischen Deuteron-Formfaktors im Bereich hoher Impulsüberträge vorzunehmen. Hier besteht die große Chance, auf direkte Weise mesonische Austauschströme abzutasten und zu studieren, um nähere Informationen über den kurzreichweitigen Anteil der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu erhalten. Dies würde zudem eine große Hilfe für die Entwicklung der Theorie der starken Wechselwirkung bedeuten.

Anhang

1) Notationen

In der gesamten Arbeit gilt:

$$\hbar = c = 1 \tag{A.1}$$

Skalarprodukt von Vierer-Vektoren:

$$a_\mu b_\mu = \vec{a}\cdot\vec{b} + a_4 b_4 = \vec{a}\cdot\vec{b} - a_0 b_0 \tag{A.2}$$

Dirac'sche γ-Matrizen:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\}_+ = 2\delta_{\mu\nu}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -i\vec{\sigma} \\ i\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

mit dem Pauli'schen Spinmatrizen:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{A.5}$$

Für die Pauli-Matrizen gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_i \sigma_j &= i\varepsilon_{ijk}\sigma_k + \delta_{ij} \\ \sigma_i\cdot\sigma_j + \sigma_j\sigma_i &= 2\delta_{ij} \\ \sigma_1\sigma_2\sigma_3 &= i \end{aligned} \tag{A.6}$$

ε_{ijk} ist der vollständig antisymmetrische Levi-Civita-Tensor.

Ferner gilt:

$$\begin{aligned} \gamma_5 &= \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \{\gamma_5, \gamma_\mu\}_+ &= 0 \quad ; \quad \sigma_{\mu\nu} = -\frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]_- \end{aligned} \tag{A.7}$$

Die Dirac-Gleichung ist im Impulsraum gegeben durch:

$$(\gamma_\mu p_\mu - im_N)\, u(\vec{p}) = 0 \tag{A.8}$$

mit den Lösungen

$$u(\vec{p}) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2m_N}} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{\varepsilon}\chi \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

wobei

$$E = E_N = \sqrt{\vec{p}^2 + m_N^2} + m_N \qquad \text{(A.1o)}$$

χ ist ein 2-komponentiger Pauli-Spinor.
Für die adjungierte Dirac-Gleichung ergibt sich in dieser Notation:

$$\bar{u}(\vec{p}) \, (\not{p} - m_N) = 0 \qquad \text{(A.11)}$$

mit der adjungierten Lösung:

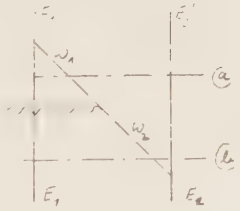
$$\bar{u} = \chi^+ \, \eta_0 \qquad \text{(A.12)}$$

2) Berechnung des $MM'\beta$-Stromes

Für den mesonischen Strom gilt:

$$j^{mes}_{\mu,MM'} = F_1^+ \, \gamma_0 \, \Gamma^{MM'\beta} \, F_2 + \bar{\Gamma}^{MM'\beta} \, \gamma_0 \, F_2 + F_2^+ \, \gamma_0 \, \Gamma^{MM'\beta} + (1 \rightleftarrows 2) \qquad \text{(A.13)}$$

Der 1. Term ist von (A.13) diagrammatisch dargestellt durch:

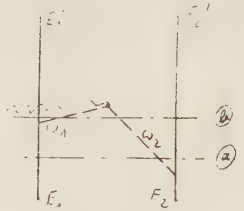


Figur A.1

$$F_1^+ \, \gamma_0 \, \Gamma^{MM'\beta} F_2 = H_I(1) \, \frac{\Lambda}{E_0 - H_0^a} \, \Gamma^{MM'\beta} \, \frac{\Lambda}{E_0 - H_0^a} \, H_I(2) \qquad \text{(A.14)}$$

$$= H_I(1) \, \frac{\Lambda}{E_1 - E_2' - \omega_1} \, \Gamma^{MM'\beta} \, \frac{\Lambda}{E_1 - E_2 - \omega_2}$$

Der 2. Term von (A.13) wird veranschaulicht durch:

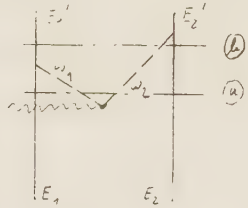


Figur A.2

$$\gamma^{MM'\delta} F_{n2} = \gamma^{MM'\delta} \frac{\Lambda}{E_0 - H_0^b} H_I(1) \frac{\Lambda}{E_0 - H_0^a} H_I(2)$$

$$= - \gamma^{MM'\delta} \frac{\Lambda}{\omega_1 + \omega_2} H_I(1) \frac{\Lambda}{E_2 - E_1' - \omega_2} H_I(2) \qquad \text{(A.15)}$$

Der 3. Term von (A.13) kann folgendermaßen dargestellt werden:



Figur A.3

$$F_{n2}^{+} \gamma^{MM'\delta} = H_I(2) \frac{\Lambda}{E_0 - H_0^b} H_I(1) \frac{\Lambda}{E_0 - H_0^a} \gamma^{MM'\delta}$$

$$= - H_I(2) \frac{\Lambda}{E_2 - E_1' - \omega_2} H_I(2) \frac{\Lambda}{\omega_1 + \omega_2} \gamma^{MM'\delta} \qquad \text{(A.16)}$$

Um den vollständigen mesonischen Austauschstrom zu erhalten, müssen die Terme (A.14) bis (A.16) sowie die durch die Vertauschung $(1 \rightleftarrows 2)$ erzeugten Terme addiert werden. Unter der Annahme, daß es sich beim $MM'\gamma$ -Strom um einen isoskalaren Strom handelt, ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
j^{mes}_{\mu,eff} &= F_1^+ j_\mu^{MM'\delta} F_2 + j_\mu^{MM'\delta} F_{12} + F_{21}^+ j_\mu^{MM'\delta} + (1 \rightleftarrows 2) \\
&= H_I(1)\, j_\mu^{MM'\gamma}\, H_I(2) \left\{ \frac{1}{(E_2 - E_2' - \omega_1)(E_2 - E_2' - \omega_2)} + \frac{1}{(E_1 - E_1' - \omega_2)(E_1 - E_1' - \omega_1)} \right. \\
&\left. - \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \left[\frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_2} + \frac{1}{E_1 - E_1' - \omega_1} + \frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_2} + \frac{1}{E_2 - E_2' - \omega_1} \right] \right\} \qquad \text{(A.17)}
\end{aligned}
$$

Es wurde angenommen, daß gilt:

$$E_1 + E_2 = E_1' + E_2' \qquad \text{(A.18)}$$

was im Breit-System erfüllt ist, da hier das elektromagnetische Feld keine Energie überträgt.
Faßt man die Energienenner in (A.17) zusammen, so ergibt sich:

$$j^{mes}_{\mu,eff} = 4\omega_1\omega_2 \, \frac{H_I(1)\, j_\mu^{MM'\gamma}\, H_I(2)}{\left[\omega_1^2 - (E_1 - E_1')^2\right]\left[\omega_2^2 - (E_2 - E_2')^2\right]} \qquad \text{(A.19)}$$

Weiterhin gilt:

$$
\begin{aligned}
\omega_1^2 - (E_1 - E_1')^2 &= \vec{k}_1^{\,2} + m_M^2 - (E_1 - E_1')^2 \\
&= (\vec{p}_1 - \vec{p}_1')^2 + m_M^2 - (E_1 - E_1')^2 \\
&= \vec{q}_1^{\,2} + m_M^2
\end{aligned} \qquad \text{(A.20)}
$$

Entsprechend ergibt sich:

$$\omega_2^2 - (E_2 - E_2')^2 = \vec{q}_2^{\,2} + m_M^2 \qquad \text{(A.21)}$$

Mit (A.2o) und (A.21) erhält man für (A.19):

$$\tilde{j}^{mes}_{\sigma,eff} = 4\omega_1\omega_2 \frac{H_I(1)\,\tilde{j}^{\pi NN'\sigma}_{\mu}\,H_I(2)}{(k_1^2+m_\pi^2)(k_2^2+m_\pi^2)} \qquad \text{(A.22)}$$

Man erkennt, daß das Produkt der vollen relativistischen Meson-Propagatoren unter den vorher genannten Voraussetzungen für die Energieerhaltung reproduziert wird.
Setzt man in (A.22) die Meson-Nukleon-Wechselwirkungen πNN und ςNN sowie den isoskalaren $\varsigma\pi\sigma$ -Strom ein, so ergibt sich die Impulsdarstellung des effektiven $\varsigma\pi\sigma$ -Stromes.

Referenzliste

/1/ F. Coester, A. Ostebee, Phys.Rev.C11(1975)1836

/2/ M. Gari, H. Hyuga, Phys.Rev.Lett.36(1976)345; Nucl.Phys.A264(1976)4o9

/3/ S.J.Brodsky, B.T. Chertok, Phys.Rev.Lett.37(1976)269

/4/ R.G. Arnold, C.E. Carlson,F. Gross, Phys.Rev.Lett.38 (1977)1516

/5/ L.L. Frankfurt, M.I. Strikman, Relativistic Description of the Deuteron (elastic and inelastic Form Factors in the region forbidden for scattering on a free nucleon etc.) 12th LNPI Winter School on nuclear and elementary particle physics, Leningrad 1977

/6/ A.P. Kobushkin, Deuteron electromagnetic Form Factors at the large transferred momentum; preprint ITP-77-113E, Kiev 1977

/7/ F.L. Ridener jr., H.S.Song, R.H. Good jr., Phys.Rev.D21(198o)3o8o

/8/ M. Chemtob, Nucl.Phys.A336(198o)299

/9/ R.G. Arnold et al.,Phys.Rev.Lett.35(1975)776

/1o/ F. Martin et al., Phys.Rev.Lett.38(1977)132o

/11/ R.V. Reid, Ann.Phys.5o(1968)411

/12/ T. Hamada, I.D. Johnston, Nucl.Phys.34(1962)383

/13/ H. Yukawa, Proc.Phys.Math.soc.Japan 17(1935)48

/14/ K. Erkelenz, Phys.Rep.13C(1974)191

/15/ K. Holinde, R. Machleidt, Nucl.Phys.A247(1975)495; Nucl.Phys.A256(1976)479
K. Holinde, πNN-Form-Factor and Two-Nucleon-Data, preprint

/16/ J.L. Levinger, Acta Phys.33(1973)148

/17/ M.Gourdin, Nuov.Cim.28(1963)2o79

/18/ R. Adler, S.B. Drell, Phys.Rev.Lett.13(1964)349

/19/ P. Stichel, E. Werner, Nucl.Phys.A145(197o)257

/2o/ R. Adler, Phys.Rev.141(1966)1499

/21/ R. Blancenbecler, J. Gunion, Phys.Rev.D4(1971)718

/22/ M. Chemtob, E. Moniz, M. Rho, Phys.Rev.C1o(1974)344

/23/ M. Gari, H. Hyuga, Nucl.Phys.A278(1977)372

/24/ M. Gari, H. Hyuga, Nucl.Phys.A274(1976)333

/25/ W. Jaus, Helv.Phys.Acta,49(1976)475

/26/ A. Jackson, A. Landé, D.O. Riska, Phys.Rev.Lett.55B (1975)23

/27/ H. Arenhövel, H. Miller, Z.Phys.266(1974)13

/28/ W. Fabian, H. Arenhövel, H. Miller, Z.Phys.271(1974)93

/29/ A. Kallio, P. Torupainen, A.M. Green, T. Kouki, Nucl.Phys.A231(1974)77

/3o/ M. Gari, H. Hyuga, B. Sommer, Phys.Rev.C14(1976)2196

/31/ J.L. Friar, Ann.Phys.81(1973)332, Phys.Rev.C12(1975)695

/32/ S.J. Brodsky, F. Farrar, Phys.Rev.D11(1975)13o9

/33/ G.G. Arnold, C.E. Carlson, F. Gross, Phys.Rev.C21(198o)1426

/34/ I.A. Schmidt, R. Blancenbecler, Phys.Rev.D15(1977)3321

/35/ I.A. Schmidt, R. Blancenbecler, Phys.Rev.D16(1977)1318

/36/ L.L. Frankfurt, M.I. Strikman, Phys.Rev.Lett.65B(1976)51; Phys.Rev.Lett.65B(1976)51; Phys.Rev.Lett.64B(1976)433

/37/ J.J. Sakurai, Advanced Quantum Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company, 1967

/38/ J.D. Bjorken, S.D. Drell, Relativistische Quantenmechanik, BI98/98 *, Mannheim, 1964

/39/ M. Leon, Particle Physics: an introduction, New York, 1973

/4o/ N. Fukuda, K. Sawada, M. Taketani, Prog.Theor.Phys.12 (1954)156

/41/ S. Okubo, Prog.Theor.Phys.12(1954)6o3

/42/ M. Gari, H. Hyuga, Z.Physik A277(1976)291

/43/ M. Chemtob, M. Rho, Nucl.Phys.A163(1971)1

/44/ M. Islam, Nuov.Cim. 5A(1971)315

/45/ R. Woloshin, A. Jackson, Nucl.Phys.A185(1972)131

/46/ G.E. Brown, Comm.Nucl. and Part.Phys.4(1970)140

/47/ D. Riska, G.E. Brown, Nucl.Phys.A158(1970)516

/48/ F. Iachello, A. Jackson, A. Landé, Phys.Lett.43B(1973)141

/49/ N. Zovko, Acta Phys.Austr.36(1972)354

/50/ S. Blatnik, N. Zovko, Acta Phys.Austr.39(1974)39

/51/ J.J. Sakurai, Currents and Mesons, University of Chicago Press, 1969

/52/ M.M. Nagels et al., Nucl.Phys.B147(1979)189

/53/ J. Hornstein, F. Gross, Phys.Lett.47B(1973)8o5

/54/ H. Rollnik, Teilchenphysik, Bd. 1, BI 706, Mannheim, 1971

/55/ L.L. Foldy, R.A. Krajcic, Phys.Rev.D12(1974)17oo

/56/ L.L. Foldy, R.A. Krajcic, Phys.Rev.Lett.32(1974)1o25

/57/ R.A. Krajcic, L.L. Foldy, Phys.Rev.D1o(1974)1777

/58/ R.A. Krajcic, L.L. Foldy, Phys.Rev.122(1961)275

/59/ J.L.Friar, Phys.Rev.C12(1975)695

/6o/ H. Osborne, Phys.Rev.176(1973)1514,1573

/61/ J.L. Friar, Retardation , quasipotential equations, and relativistic corrections to the Deuteron Charge Operator, preprint LA-UR 79-2396, Los Alamos, 1979, to be published

/62/ M.Mac Gregor et al., Phys.Rev.188(1969)1714

/63/ D.M. Brink, G.R. Satchler, Angular momentum, second ed., Oxfort library of the physical sciences, 1975

/64/ M. Moshinsky, Nucl.Phys.13(1959)1o9

/65/ N. Austern, R.M. Drisko, E.C. Halbert, G.R. Satchler, Phys.Rev.133(1964)33

/66/ W.R.Frazer, J.R. Fulco, Phys.Rev.117(196o)16o9

/67/ G.J. Gounaris, J.J. Sakurai, Phys.Rev.Lett.21(1968)244

/68/ S.J. Brodsky, SLAC-PUB-1497(1974)

/69/ D. Berg et al., Phys.Rev.Lett.44(198o)7o6

/7o/ H. Georgi, H.B.Politzer, Phys.Rev.D9(1974)416

/71/ D.J. Gross, F. Wilczek, Phys.Rev.D9(1974)98o

/72/ P. Roman, Introduction to Quantum Field Theory, John Wiley and Sons, Inc. 1969

/73/ R.M. Wilcox, Journ.Math.Phys.8(1967)962

Herrn Prof. Dr. M. Gari danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit. Ihm, sowie den Herren Dr. W. Müller, Dr. M. Porrmann, G.H. Niephaus und M. Wimmer danke ich für viele klärende Diskussionen. Für die Abfassung des Manuskriptes bin ich L. Walter und M. Kächele dankbar.

Lebenslauf

Geburtstag und -ort	: 14.6.1948 , Gelsenkirchen
Familienstand	: Verheiratet
Schulbildung	: April 1954 - März 1962 Volksschule Oktober 1965 - März 1967 Berufs-aufbauschule Bochum Oktober 1967 - Januar 1970 Ruhr - Kolleg Essen Abitur : Januar 1970
Berufsausbildung	: April 1962 - März 1965 techn. Zeichner
Wehrdienst	: April 1970- September 1971
Studium	: WS 1971/72 - SS 1976 Physik an der Ruhr - Universität - Bochum Diplom: April 1976

DER DRUCKER - (Alte) Buscheystraße 138 - 4630 Bochum-Querenburg